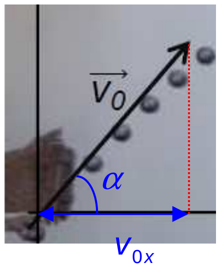
Exercice 3 :

Partie A - Le pointeur

1.1. 0,5 point

Ma réponse : On constate qu'à la date 0,0033s x=y=0,117 donc l'angle vaut 45°



Réponse Labolycée :

Dans le triangle rectangle, dont l'hypoténuse est $\|\vec{v_0}\|$, utilisons une relation trigonométrique, par exemple $\cos\alpha = \frac{v_{0x}}{v_0}$, ainsi $\alpha = \arccos\left(\frac{v_{0x}}{v_0}\right)$.

On peut mesurer directement sur la figure $v_0 \Leftrightarrow 3{,}0$ cm et $v_{0x} \Leftrightarrow 2{,}0$ cm (dépend de l'imprimante).

$$\alpha = \arccos\left(\frac{2{,}0}{3{,}0}\right) = 48°$$ *(Attention au réglage de la calculatrice en °)*

Autre méthode : On mesure l'angle avec un rapporteur, on trouve α = 51°.

1.2. 1 point Utilisons la relation $x = v_0.\cos(\alpha).t$ pour le 4ème point de coordonnées t = 0,100 s et x = 0,346 m :

$$v_0 = \frac{x}{\cos(\alpha).t}$$

$$v_0 = \frac{0{,}346}{\cos(48)\times 0{,}100} = 5{,}2 \text{ m.s}^{-1}.$$

Pour être plus rigoureux, on peut aussi tracer la représentation graphique de x en fonction du temps.
Il s'agit d'une fonction linéaire. On trace la droite moyenne passant au plus près de tous les points et par l'origine.
Puis on détermine le coefficient directeur de cette droite. Il est égal à $v_0.\cos(\alpha)$. Ainsi on accède à v_0.

2.1. 1,5 point Utilisons les équations horaires données :*(à savoir redémontrer)* :

$$\begin{cases} x = v_0.\cos(\alpha).t & (1) \\ y = -\frac{1}{2}.g.t^2 + v_0.\sin(\alpha).t & (2) \end{cases}$$

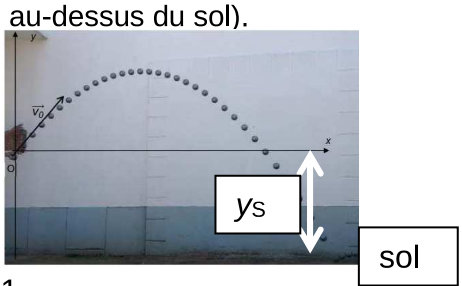
D'après la relation (1), on a $t = \frac{x}{v_0.\cos(\alpha)}$, que l'on introduit dans l'expression (2).

$$y = -\frac{1}{2}.g.\left(\frac{x}{v_0.\cos(\alpha)}\right)^2 + v_0.\sin(\alpha).\frac{x}{v_0.\cos(\alpha)}$$

On retrouve l'expression proposée : $y = -\frac{1}{2}.g.\frac{x^2}{(v_0.\cos(\alpha))^2} + x.\tan(\alpha)$

2.2. 1,5 point La boule touche le sol pour $y_S = -1{,}2$ m (car O est à 1,2 m au-dessus du sol).

Il faut résoudre le polynôme du second degré en x suivant :



$$y_S = -\frac{1}{2}.g.\frac{x^2}{(v_0.\cos(\alpha))^2} + x.\tan(\alpha)$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}.g.\frac{x^2}{(v_0.\cos(\alpha))^2} + x.\tan(\alpha) - y_S = 0$$

Soit $a.x^2 + b.x + c = 0$ avec $\Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2}.\frac{g}{(v_0.\cos(\alpha))^2} = -\frac{1}{2}\times\frac{9{,}81}{(5{,}5\times\cos 51°)^2} = -0{,}409 \\ b = \tan(\alpha) = \tan 51° = 1{,}23 \\ c = -y_S = +1{,}2 \end{cases}$

$$\Delta = b^2 - 4a.c = 1{,}23^2 - 4\times(-0{,}409)\times 1{,}2 = 3{,}47$$

Racines du polynôme : $\begin{cases} x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-1,23+\sqrt{3,47}}{2\times(-0,409)} = -0,77 \text{ m} \\ x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-1,23-\sqrt{3,47}}{2\times(-0,409)} = +3,78 \text{ m} \end{cases}$

On garde la racine positive cohérente avec la situation physique donc $x_S = 3,78 \text{ m}$.

(cohérent car la boule tombe à 3,78 m puis roule jusqu'au bouchon situé entre 6 et 10 m du pointeur).