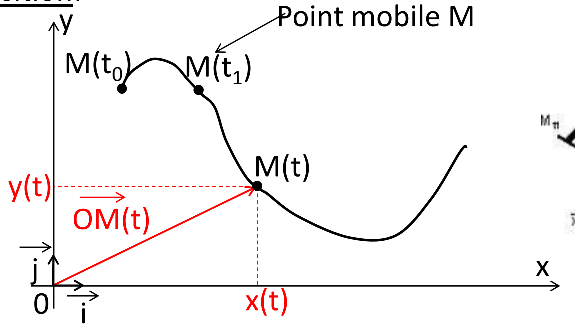
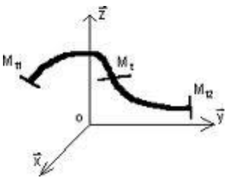
# Chapitre 8 : Cinématique du point.

## I. Vecteur position:



Mouvement dans un plan: $\overrightarrow{OM}(t)=x(t).\vec{i} + y(t).\vec{j}$ ou $\overrightarrow{OM}(t)\left|\begin{array}{l}x(t)\\y(t)\end{array}\right.$

Mouvement dans l'espace: $\overrightarrow{OM}(t)=x(t).\vec{i} + y(t).\vec{j} + z(t).\vec{k}$ $\overrightarrow{OM}(t)\left|\begin{array}{l}x(t)\\y(t)\\z(t)\end{array}\right.$

Exercice : $\overrightarrow{OM}(t)\left|\begin{array}{l}x(t)=7.t\\y(t)= -3.t^2 + 4.t - 8\end{array}\right.$

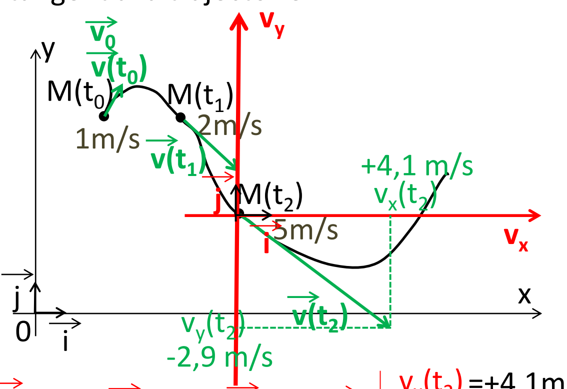
1.

À la date $t_1 = 2,0$ s déterminer:

1. La vecteur position $\overrightarrow{OM}(t_1)$

$\overrightarrow{OM}(2)\left|\begin{array}{l}x(2)= 7x2,0=14 \text{ m}\\y(2)= -3x2,0^2 + 4x2,0 - 8 = -12\text{m}\end{array}\right.$

## II. Vecteur vitesse : Vecteur tangent à la trajectoire




Vecteur vitesse: $\vec{v}(t_2)=v_x(t_2).\vec{i} + v_y(t_2).\vec{j}$ ou $\vec{v}(t_2)\left|\begin{array}{l}v_x(t_2) = +4,1\text{m/s}\\v_y(t_2) = -2,9 \text{ m/s}\end{array}\right.$

Définition mathématique du vecteur vitesse:

**Le vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ est égal à la dérivée du vecteur position $\overrightarrow{OM}(t)$**

$$\boxed{\vec{v}(t) = \dot{\overrightarrow{OM}}(t) \qquad \text{autre notation:} \qquad \vec{v}(t) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}}$$

$$\boxed{\vec{v}(t) \begin{cases} v_x(t) = \dot{x}(t) \\ v_y(t) = \dot{y}(t) \end{cases} \quad \text{autre notation: } \vec{v}(t) \begin{cases} v_x(t) = \dfrac{dx}{dt} \\ v_y(t) = \dfrac{dy}{dt} \end{cases}}$$

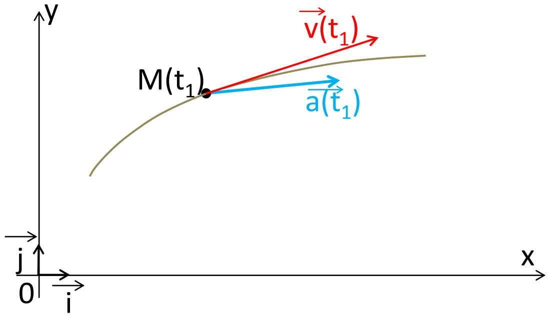
<u>Suite de l'exercice :</u> $\overrightarrow{OM}(t) \begin{cases} x(t)=7.t \\ y(t)= - 3.t^2 + 4.t - 8 \end{cases}$

À la date $t_1 = 2{,}0$ s déterminer:

2.Le vecteur vitesse $\vec{v}(t_1)$

On sait que : $\vec{v} = \dot{\overrightarrow{OM}}$ $\quad \vec{v}(t) \begin{cases} v_x(t) = 7 \\ v_y(t) = - 6.t + 4 \end{cases} \quad \overrightarrow{v(2)} \begin{cases} v_x(2) = 7{,}0 \text{ m/s} \\ v_y(2) = -6\text{x}2{,}0+ 4 =-8{,}0 \text{ m/s} \end{cases}$

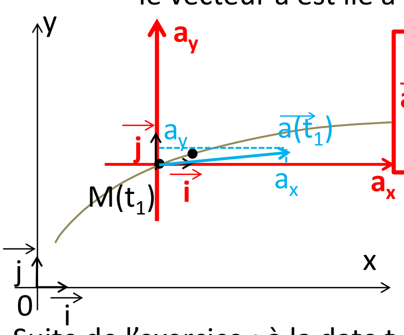
<u>III. Le vecteur accélération :</u>




**Le vecteur accélération $\vec{a}(t)$ est égal à la dérivée du vecteur vitesse $\vec{v}(t)$:**

$$\boxed{\vec{a}(t) = \dot{\vec{v}}(t) \quad \text{autre notation: } \quad \vec{a}(t)= \frac{d\vec{v}}{dt}}$$

le vecteur $\vec{a}$ est lié à la variation du vecteur $\vec{v}(t)$.




$$\boxed{\vec{a} \begin{cases} a_x = \dot{v}_x \\ a_y = \dot{v}_y \end{cases} \quad \text{autre notation: } \vec{a} \begin{cases} a_x = \dfrac{dv_x}{dt} \\ a_y = \dfrac{dv_y}{dt} \end{cases}}$$

$\vec{v}(t) \begin{cases} v_x(t) = 7 \\ v_y(t) = -6.t + 4 \end{cases}$

<u>Suite de l'exercice</u> : à la date $t_1$=2s, déterminer:

3. le vecteur accélération $\vec{a}(t_1)$.

3. On sait que : $\vec{a} = \dot{\vec{v}}$ donc :

$\vec{a}(t) \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = -6 \end{cases} \quad \overrightarrow{a(2)} \begin{cases} a_x(2) = 0 \text{ m/s}^2 \\ a_y(2) = -6{,}0 \text{ m/s}^2 \end{cases}$

## V. Mouvement rectiligne

### 1. Définition :

Mouvement d'un point mobile dont la trajectoire est une droite (ou un segment de droite).

### 2. Coordonnée des vecteurs pour un mouvement rectiligne:

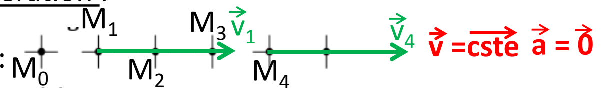
$\overrightarrow{OM}(t)=x(t).\vec{i}$
$\vec{v}(t)=v_x(t).\vec{i}$
$\vec{a}(t)=a_x(t).\vec{i}$

Une seule coordonnée par vecteur (abscisse) (rappel : 2 coordonnées pour au mouvt plan, 3 pour l'espace (cf I.))

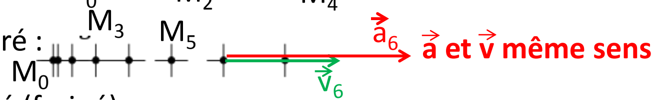
$x(t)$, $v_x(t)$ et $a_x(t)$ sont appelées équations horaires du mouvement

### 3. Vecteurs vitesse et accélération :

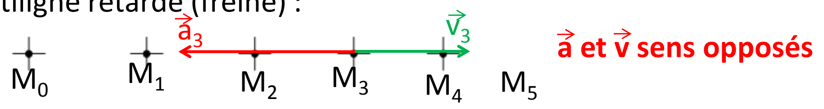
Mouv$^t$ rectiligne uniforme :




Mouv$^t$ rectiligne accéléré :

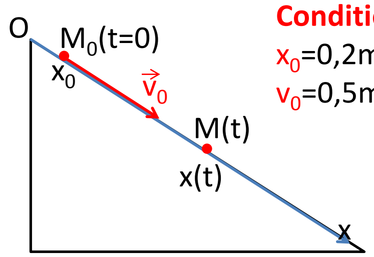



Mouv$^t$ rectiligne retardé (freiné) :




### 3. Mouvement rectiligne accéléré.

**Exercice 1** : on donne $a_x(t)=+3\ m/s^2$ $v_x(t)=?$ $x(t)=?$




**Conditions initiales :**
$x_0=0,2m$
$v_0=0,5m/s$

$v_x(t) \underset{\text{on intègre a}}{\overset{\text{on dérive v}}{\rightleftarrows}} a_x(t)$

a est la dérivée de v
v est une primitive de a

- On sait que $\vec{a}=\dot{\vec{v}}$ :

$a_x=3$ $\quad v_x(t)=3.t+k_1$ ($k_1$ est une constante à déterminer )

$0,5=3x0+k_1$

$0,5=k_1$ $\quad$ donc $\mathbf{v_x(t)=3.t+0,5}$

- On sait que $\vec{v}=\dot{\overrightarrow{OM}}$ :

$x(t)=\frac{3}{2}.t^2+0,5.t+k_2$

$0,2=\frac{3}{2}\ x0^2+0,5x0+k_2$

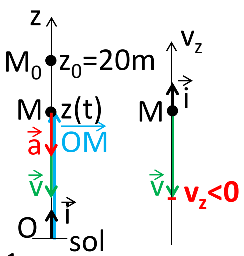
$0,2=k_2$ $\quad$ donc $\mathbf{x(t)=\frac{3}{2}.t^2+0,5.t+0,2}$

**Exercice 2** :

Une bille est lâchée sans vitesse initiale à une hauteur de 20 m du sol.

$a_z$= - 9,8 m/s$^2$.

1. Représenter – sans utiliser d'échelles - les vecteurs $\overrightarrow{OM}$, $\vec{v}$ au point M (date t qcq).
2. Préciser le signe des coordonnées z(t), $v_z$(t)
3. Déterminer les équations horaires $v_z$(t) et z(t) du mouvement.
4. Quelle est l'altitude z' de la bille à la date 2s?




1.

2. z(t)>0;

$v_z$(t)<0 ($\vec{v}$ sens opposé à $\vec{i}$ )

3. • On sait que $\vec{a} = \dot{\vec{v}}$ :

$a_z$ = - 9,8

$v_z$ = - 9,8.t + 0 ($v_{0z}$= 0)

• On sait que $\vec{v} = \dot{\overrightarrow{OM}}$ :

$z = -\frac{9{,}8}{2}.t^2 + 20$ ($z_0$=+20m)

4. z'=z(2)= - 4,9.2$^2$ +20 = 0,4m

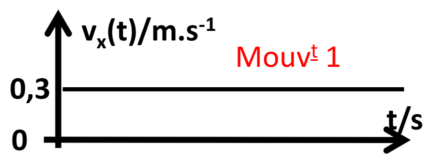
La bille a presque atteint le sol.

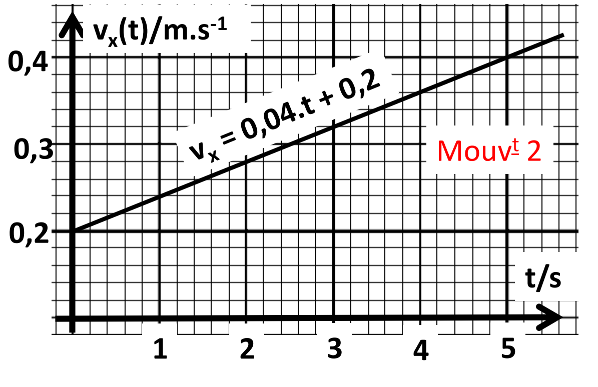
**Exercice 3** :

2 voitures se déplacent sur une route rectiligne.

Pour chaque mouvement, on dispose des courbes $v_x$(t):

Préciser la nature du mouvement pour les 2 cas.



Mouvt 1 :

D'après le graphe $v_x(t)$ est constant donc il s'agit donc d'un mouvement rectiligne uniforme.

Mouvt 2:

Quand t augmente la valeur de la vitesse augmente donc il s'agit d'un mouvement rectiligne accéléré.

## VI. Mouvement circulaire

1. Définition :

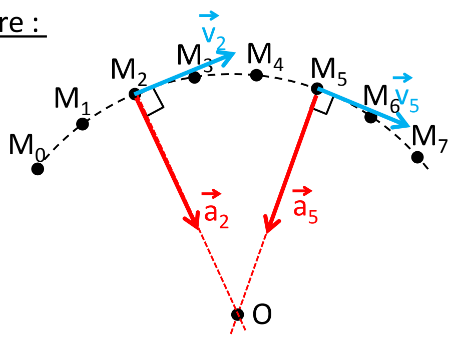
Mouvement d'un point dont la trajectoire est un cercle ou un arc de cercle.

2. Les 3 types de mouvement circulaire :

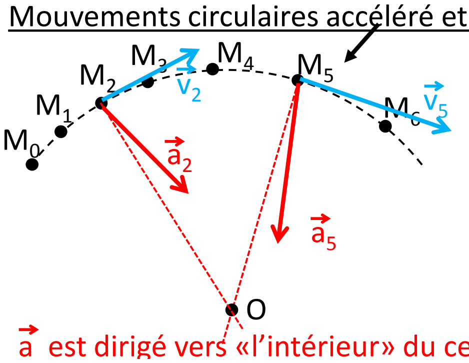
Mouvement circulaire uniforme:

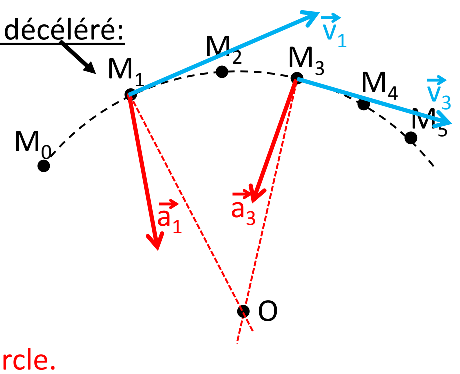
$\vec{a}$ est dirigé vers le centre du cercle.

L'accélération $\vec{a}$ est dite centripète.




Mouvements circulaires accéléré et décéléré:




$\vec{a}$ est dirigé vers «l'intérieur» du cercle.

3. <u>Expression du vecteur accélération $\vec{a}$ dans le cas général (pour un mouvement circulaire):</u>

Le vecteur accélération est dirigé vers l'intérieur du cercle mais pas forcement vers le centre.

Le vecteur $\vec{a}$ peut être décomposé en deux vecteurs :

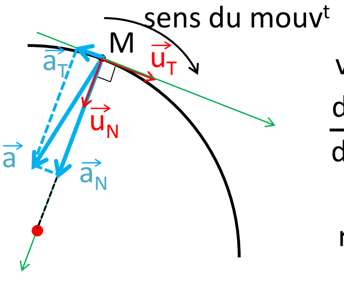
- Vecteur accélération tangentielle $\vec{a}_T$
- Vecteur accélération normale $\vec{a}_N$

$\vec{a} = \vec{a}_N + \vec{a}_T$

$$\boxed{\vec{a} = \frac{v^2}{R}\vec{u}_N + \frac{dv}{dt}\vec{u}_T}$$

$\vec{u}_N$: vecteur unitaire, orienté vers le centre du cercle .

$\vec{u}_T$: vecteur unitaire tangent à la trajectoire, orienté dans le sens du mouvement .




v: vitesse du point M à la date t étudiée: v(t)

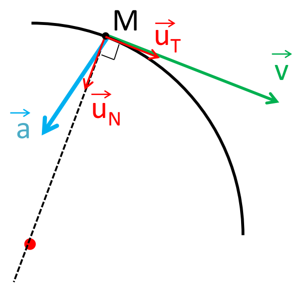
$\frac{dv}{dt}$ : dérivée <u>de la norme</u> (de la <u>valeur</u>)de la vitesse par rapport au temps

rq: $(M,\vec{u}_T,\vec{u}_N)$: repère de Frenet

Ex: v = 3.(10 – t) et rayon R = 0,7m

$$\vec{a} = \frac{v^2}{R}\vec{u}_N + \frac{dv}{dt}\vec{u}_T$$

$$\vec{a} = \frac{9.(10-t)^2}{0,7}\vec{u}_N - 3\ .\ \vec{u}_T$$




Rq: si v=cste alors $\frac{dv}{dt} = 0$ et $\vec{a} = \frac{v^2}{R}\vec{u}_N$ (mouv$^t$ circ. uniforme)