Chapitre 14: Énergie mécanique , travail d'une force.

I. **Energie cinétique de translation** :

$E_c = 1/2.\ m\ .\ v_G^2$ (m en kg v en m/s)

II. **Energie potentielle de pesanteur** :

C'est l'énergie « en réserve » du corps due à son altitude .

$E_{pp} = m\ .\ g\ .\ z$ (m en kg et z en m)

z représente l'altitude du corps (l'axe Oz est orienté vers le haut).

z=0 représente son altitude la plus basse.

III. **Energie mécanique** :

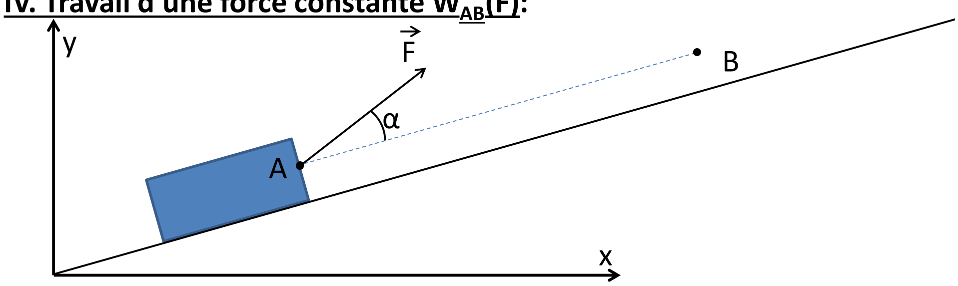
C'est l'énergie macroscopique du corps (énergie due à sa position et sa vitesse) : **$E_m = E_c + E_p$**

$E_m = 1/2\ .m.v^2 + Ep$

Ep : - énergie potentielle de pesanteur Ep_p=m.g.z (z:altitude)

- ou énergie potentielle électrique Ep_{el}

IV. Travail d'une force constante $W_{AB}(\vec{F})$:

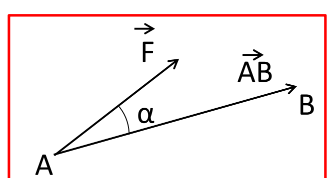


$W_{AB}(\vec{F})$:travail de la force $\vec{F}$ entre les points A et B (en J)

F en N

AB distance parcourue par la force (en m)

α: angle entre les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{F}$



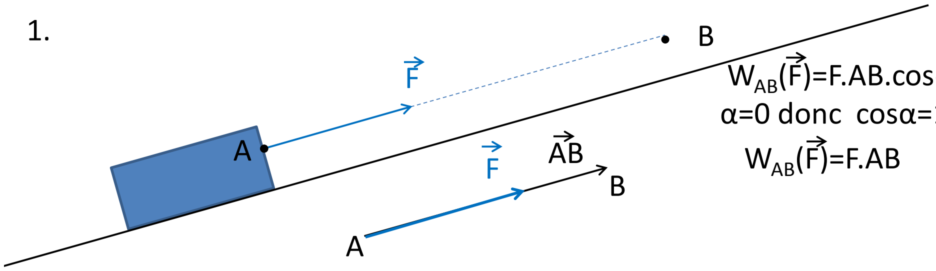
$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F}\ .\ \vec{AB}$ ⇔ $\boxed{W_{AB}(\vec{F}) = F.AB.\cos\alpha}$

ou

$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F}\ .\ \vec{AB}$ ⇔ $\boxed{W_{AB}(\vec{F}) = \begin{vmatrix} F_x \\ F_y \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{vmatrix} = F_x.(x_B - x_A) + F_y.(y_B - y_A)}$

V. **Quelques exemples :**

1.

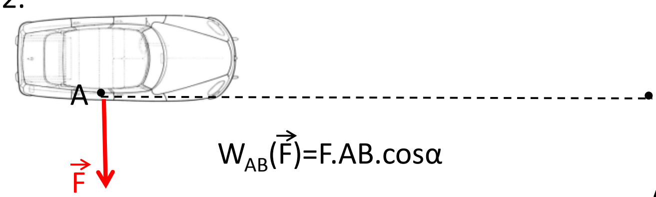


$W_{AB}(\vec{F})=F.AB.\cos\alpha$

$\alpha=0$ donc $\cos\alpha=1$

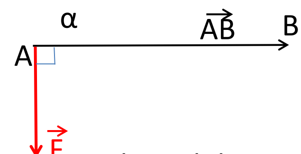
$W_{AB}(\vec{F})=F.AB$

2.



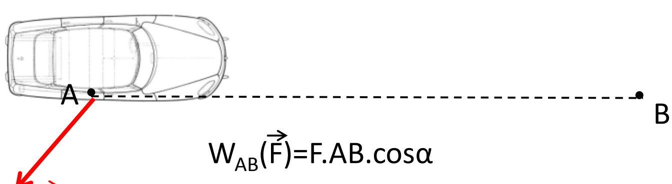
$W_{AB}(\vec{F})=F.AB.\cos\alpha$

$\alpha=90°$ donc $\cos\alpha=0$



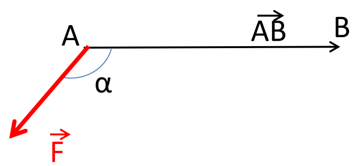
$W_{AB}(\vec{F})= 0$:Travail nul : force inefficace pour faire avancer le mobile
On dit que la force $\vec{F}$ ne travaille pas.

3.



$W_{AB}(\vec{F})=F.AB.\cos\alpha$

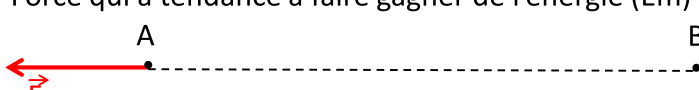
$\alpha>90°$ donc $\cos\alpha<0$



$W_{AB}(\vec{F})< 0$Travail résistant : la force s'oppose au mouvement de la voiture.
Force qui a tendance à faire perdre de l'énergie (Em) au système

Rq: Si $W_{AB}(\vec{F})> 0$ le travail est dit moteur.
Force qui a tendance à faire gagner de l'énergie (Em) au système.

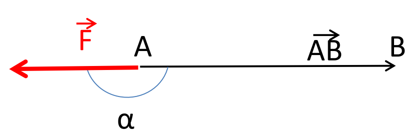
4.



$W_{AB}(\vec{F})=F.AB.\cos\alpha$

$\alpha=180°$ $\cos\alpha=-1$

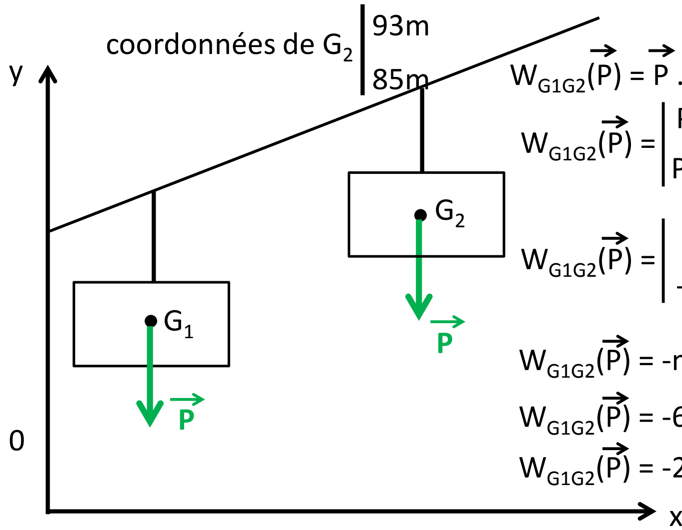
$W_{AB}(\vec{F})= - F.AB$



5. Travail du poids d'un funiculaire de masse 600 kg $\qquad g=9{,}81\ m/s^2$

coordonnées de G_1 $\left|\begin{array}{l} 22m \\ 51\ m \end{array}\right.$

coordonnées de G_2 $\left|\begin{array}{l} 93m \\ 85m \end{array}\right.$



$$W_{G1G2}(\vec{P}) = \vec{P}\,.\,\overrightarrow{G_1G_2}$$

$$W_{G1G2}(\vec{P}) = \left|\begin{array}{l} P_x \\ P_y \end{array}\right. . \left|\begin{array}{l} x_{G2} - x_{G1} \\ y_{G2} - y_{G1} \end{array}\right.$$

$$W_{G1G2}(\vec{P}) = \left|\begin{array}{c} 0 \\ -m.g \end{array}\right. . \left|\begin{array}{l} x_{G2} - x_{G1} \\ y_{G2} - y_{G1} \end{array}\right.$$

$$W_{G1G2}(\vec{P}) = -m.g.(y_{G2} - y_{G1})$$

$$W_{G1G2}(\vec{P}) = -600x9{,}81x.(85 - 51)$$

$$W_{G1G2}(\vec{P}) = -200124\ J$$

<u>VI. Force conservative</u>:

<u>1ère définition</u> : Force qui ne modifie pas l'énergie (mécanique) d'un corps en mouvement.

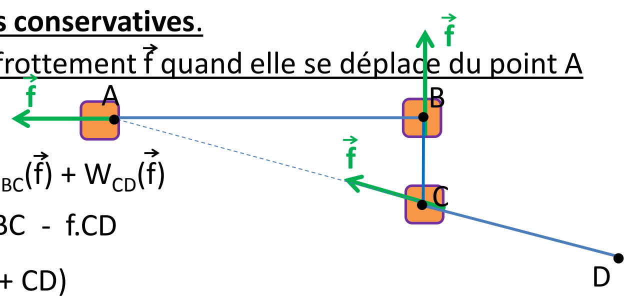
<u>2ème définition</u> : Force qui est associée à une énergie potentielle :

Poids $\vec{P}$ associée à Ep_p

Force électrique $\vec{Fe}$ ($\vec{Fe}=q.\vec{E}$) associée Ep_{el}.

<u>VIII. Propriété des forces conservatives.</u>

1. <u>Travail de la force de frottement $\vec{f}$ quand elle se déplace du point A au point D.</u>



a.

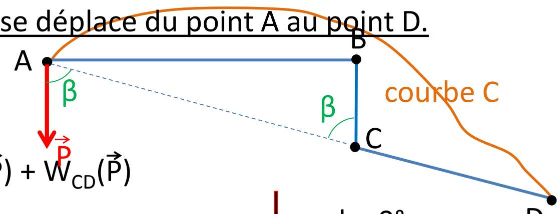
$$W_{chemin\ bleu}(\vec{f}) = W_{AB}(\vec{f}) + W_{BC}(\vec{f}) + W_{CD}(\vec{f})$$

$$W_{chemin\ bleu}(\vec{f}) = -\ f.AB\ -\ f.BC\ -\ f.CD$$

$$W_{chemin\ bleu}(\vec{f}) = -f.(AB + BC + CD)$$

$$\left.\begin{array}{l} W_{chemin\ bleu}(\vec{f}) = -f.(AB + BC + CD) \\ \text{b.} \\ W_{chemin\ direct}(\vec{f}) = W_{AD}(\vec{f}) = -f.\ AD \end{array}\right\} W_{chemin\ bleu}(\vec{f}) \neq W_{chemin\ direct}(\vec{f})$$

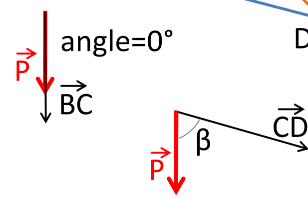
2. Travail du poids $\vec{P}$ quand il se déplace du point A au point D.



a.

$W_{chemin\ bleu}(\vec{P}) = W_{AB}(\vec{P}) + W_{BC}(\vec{P}) + W_{CD}(\vec{P})$

$W_{chemin\ bleu}(\vec{P}) = \quad 0 \quad + P.BC \quad + P.CD.\cos\beta$



or $\cos\beta = \dfrac{BC}{AC}$ $\quad BC = AC.\cos\beta$

donc $W_{chemin\ bleu}(\vec{P}) = P.\ AC.\cos\beta + P.\ CD.\cos\beta$

$W_{chemin\ bleu}(\vec{P}) = P.AD.\cos\beta$

b. $W_{chemin\ direct}(\vec{P}) = W_{AD}(\vec{P}) = P.AD.\cos\beta$

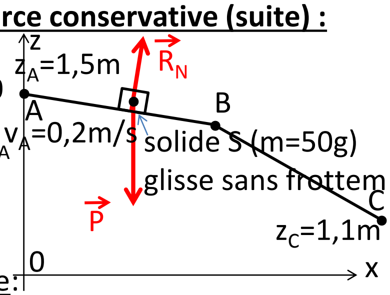
c. Conclusion : $W_{chemin\ bleu}(\vec{P}) = W_{\textbf{chemin direct}}(\vec{P}) = W_{courbe\ C}(\vec{P})$

Le travail du poids ne dépend pas du chemin suivi, il ne dépend que de ses positions initiale et finale, ceci est une propriété des forces conservatives.

Pour calculer le travail d'une force conservative, on choisit toujours le «chemin direct».

XI. **Conservation de l'énergie mécanique, force conservative (suite) :**

1. Travail des forces $\vec{P}$ et $\vec{R}_N$:



$W_{trajet\ ABC}(\vec{P}) = \quad W_{AC}(\vec{P}) = \vec{P}\ .\ \vec{AC} = \begin{vmatrix} 0 \\ -m.g \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} x_C - 0 \\ z_C - z_A \end{vmatrix}$

$W_{AC}(\vec{P}) = -\,m.g\,.(z_C - z_A) = m.g\,.(z_A - z_C)$

$W_{trajet\ ABC}(\vec{R}_N) = 0$ car $\vec{R}_N \perp \vec{AB}$ puis $\perp \vec{BC}$

2. Rappel : Théorème de l'énergie cinétique :

La variation d'énergie cinétique d'un système (d'un corps) est égale à la somme des travaux des forces appliquées au système :

$$\boxed{\mathbf{Ec_C - Ec_A = \Sigma\, W_{AC}(\vec{F}_{ext})}}$$

3. Conservation de l'énergie mécanique :

Système : {solide S}

Référentiel terrestre (galiléen)

BF: $\vec{P}$, $\vec{R}_N$

$Ec_C - Ec_A = \Sigma\ W_{trajet\ ABC}(\vec{F}_{ext})$

$Ec_C - Ec_A = W_{trajet\ ABC}(\vec{P}) + W_{trajet\ ABC}(\vec{R}_N)$

$Ec_C - Ec_A = m.g\,.(z_A - z_C) \ + \quad 0$

$Ec_C - Ec_A = m.g.z_A - m.g.z_B$

$Ec_C - Ec_A + m.g.z_C - m.g.z_A = 0$

$Ec_C - Ec_A + Epp_C - Epp_A = 0$

$Em_C - Em_A = 0$

$Em = cste$

Rq : Le travail d'une force modifie l'énergie (mécanique) d'un système, sauf pour certaines forces appelées forces conservatives (ex : le poids) , le travail de ces forces ne modifie pas l'énergie (mécanique) du système → Em = cst.

Cas général : Un système qui n'est soumis qu'à une (ou des) force(s) conservative(s) et/ou à des forces qui ne travaillent pas possède une énergie mécanique constante.

Le poids et la force électrique ($\vec{F_e}=q.\vec{E}$) sont des forces conservatives.

IX. Cas d'un mouvement où l'énergie mécanique du système est constante:

$$Em = cste$$

$$Ec + Ep = cste$$

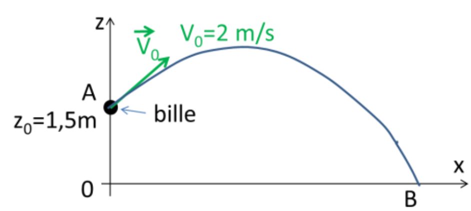
Si Em = cste , qd Ec ↘ alors Ep ↗ (et réciproquement), on dit qu'il y a un transfert d'énergie cinétique en énergie potentielle.

X. Résolution d'exercices :

Utiliser la conservation de l'énergie mécanique du système , si impossible à utiliser utiliser alors le théorème de l'énergie cinétique.

XI. Exercices :

Exercice 1:



Quelle est l'expression de la vitesse v_B de la bille quand elle frappe le sol? (on néglige les frottements)

Syst: bille

BF : $\vec{P}$

Le système n'est soumis qu'au poids $\vec{P}$, c'est une force conservative donc l'énergie mécanique du système est constante.

$$Em_B = Em_A$$

$$Ec_B + Epp_B = Ec_A + Epp_A$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}.v_B^2 + \cancel{m}.g.\overset{=0}{z_B} = \frac{1}{2}\cancel{m}.v_0^2 + \cancel{m}.g.z_e$$

$$\frac{1}{2}.v_B^2 = \frac{1}{2}.v_B^2 + g.z_0$$

$$v_B^2 = v_B^2 + 2.g.z_0$$

$$\boxed{v_B = \sqrt{v_0^2 + 2.g.z_0}}$$

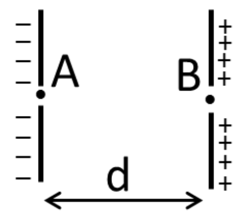
Exercice 2:

Données : $e=1,6.10^{-19}C$ masse électron $m_e=9,1.10^{-31}kg$

Un électron pénètre entre les armatures d'un condensateur plan avec une vitesse quasi-nulle. Entre les armatures règne un champ électrique de 50 mV/m. On néglige le poids de l'électron et les frottements devant la force électrique.

1. Sur le schéma, tracer le vecteur champ électrique $\vec{E}$ (sans échelle), puis la force électrique $\vec{F}_e$ exercée sur l'électron(sans échelle).

2.On donne l'expression suivante: $E = \dfrac{U}{d}$

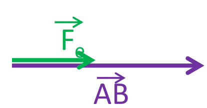


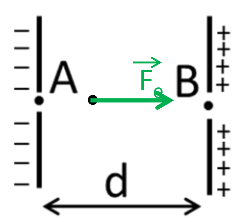
E: valeur du champ électrique (en V/m),
d: distance, en m, entre les deux armatures du condensateur,
U: tension aux bornes des deux armatures (en V) .

Montrer que la valeur de la vitesse de l'électron au point B est :

$$v_B = \sqrt{\frac{2.e.U}{m}}$$

Syst: {électron}
BF : $\vec{Fe}$





$Ec_B - Ec_A = \Sigma\, W_{AB}\,(\vec{F}_{ext})$

$Ec_B - Ec_A = W_{AB}(\vec{F}_e) = F_e.AB = e.E.d = e.U$

$\frac{1}{2}\,m\,.v_B^2 - \frac{1}{2}\,m\,.v_A^2 = e.U$

$$v_B = \sqrt{\frac{2.e.U}{m}}$$