

**Correction exercices chapitre 17 : Le condensateur.**

**Exercice 1 :** (voir cours dernier paragraphe du cours : Étude du circuit de décharge d'un condensateur.)

**Exercice 2 :**

$$u_C(t) = 5 \cdot (1 - e^{-500 \cdot t}) = 5 - 5 \cdot e^{-500 \cdot t}$$

$$\dot{u}_C(t) = -5 \times (-500) \times e^{-500 \cdot t} = 2500 \times e^{-500 \cdot t}$$

$$u_C + 2 \cdot 10^{-3} \cdot \dot{u}_C - 5 = 5 - 5 \cdot e^{-500 \cdot t} + \underbrace{2 \cdot 10^{-3} \times 2500 \times e^{-500 \cdot t}}_{= +5} - 5$$

$$\text{donc } u_C + 2 \cdot 10^{-3} \cdot \dot{u}_C - 5 = 0$$

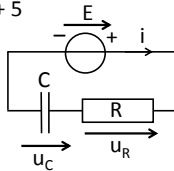
**Exercice 3 :**

1.  $E - u_R - u_C = 0$  (ou  $E = u_R + u_C$ )

2.

$$E - R \cdot i - u_C = 0 \quad \text{car } u_R = R \cdot i$$

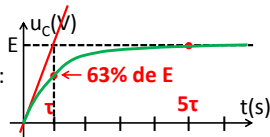
$$\boxed{E - R \cdot C \frac{du_C}{dt} - u_C = 0} \quad \text{car } i = C \frac{du_C}{dt} \quad \left( \text{ou } \boxed{E = R \cdot C \frac{du_C}{dt} + u_C} \right)$$



5. - à  $t=0s$ ,  $u_C=0V$   
 - à  $t=\tau$  le condensateur est chargé à 63% ( $\approx$  chargé au 2/3)  
 - à  $t=5 \cdot \tau$  le condensateur est chargé (quasiment chargé)  
 - L'abscisse du point d'intersection entre la tangente à l'origine et l'asymptote horizontal est égale à  $\tau$ .

(ne pas l'écrire mais à savoir)

d'où le graphe suivant :



3.

On sait que l'ED:  $y'(x)=a \cdot y(x)+b$  admet pour solution :  $y(x)=K \cdot e^{ax} - \frac{b}{a}$

$$\text{or } E - R \cdot C \frac{du_C}{dt} - u_C = 0 \quad \text{donc } \frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{R \cdot C} \cdot u_C + \frac{E}{R \cdot C}$$

Par identification, la solution de l'ED est :

$$u_C(t) = K \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}} - (-E) = K \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}} + E$$

4. Recherche de la constante K:

Condition initiale :  $u_C(0) = 0 \text{ V}$

$$\text{or } u_C(0) = K \cdot e^{-\frac{0}{R \cdot C}} + E = K + E \quad \left. \vphantom{u_C(0)} \right\} \text{ donc } K + E = 0 \quad \text{et } K = -E$$

$$\text{d'où } u_C(t) = E \cdot (1 - e^{-\frac{t}{R \cdot C}})$$

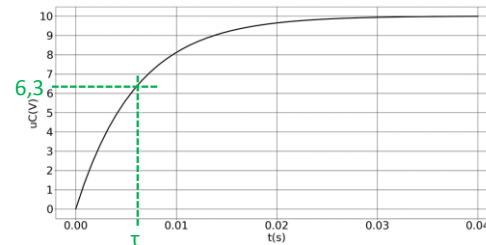
$$\boxed{u_C(t) = E \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})} \quad \text{avec } \tau = R \cdot C$$

**Exercice 4 :**

1<sup>ère</sup> méthode :

On sait que  $u_C(\tau) = 0,63 \cdot E = 0,63 \times 10 = 6,3 \text{ V}$

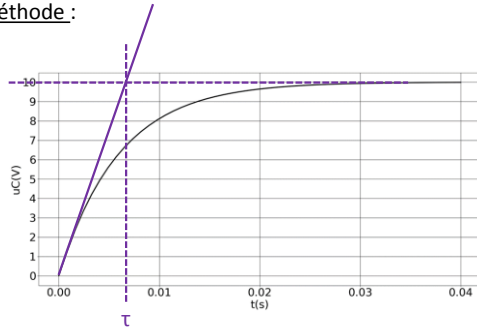
d'où la construction suivante :



$$\left. \begin{array}{l} 15,4 \text{ cm} \leftrightarrow 0,0400 \text{ s} \\ 2,25 \text{ cm} \leftrightarrow \tau \end{array} \right\} \tau = \frac{2,25 \times 0,0400}{15,4} = 5,84 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$\text{On sait que : } \tau = R \cdot C \quad \text{donc } C = \frac{\tau}{R} = \frac{5,84 \cdot 10^{-3}}{3,00 \cdot 10^3} = 1,95 \cdot 10^{-6} \text{ F} = \mathbf{1,95 \mu\text{F}}$$

**2<sup>ème</sup> méthode :**



$$\left. \begin{array}{l} 15,4 \text{ cm} \leftrightarrow 0,0400 \text{ s} \\ 2,5 \text{ cm} \leftrightarrow \tau \end{array} \right\} \tau = \frac{2,5 \times 0,0400}{15,4} = 6,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

On sait que :  $\tau = R \cdot C$  donc  $C = \frac{\tau}{R} = \frac{6,5 \cdot 10^{-3}}{3,00 \cdot 10^3} = 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ F} = \underline{\underline{2,2 \mu\text{F}}}$

**Rq :** Les deux méthodes ne fournissent pas la même valeur, c'est «normal» car il y a des «erreurs graphiques» dans les deux constructions.

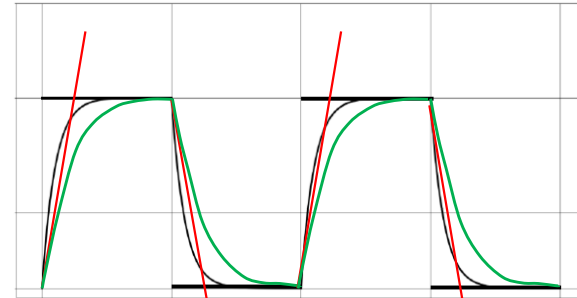
**Exercice 5 :**

1.2. Quand on appuie sur les deux feuilles, la distance entre elles

diminue donc  $\epsilon$  diminue donc  $C$  augmente d'après l'expression :  $C = \epsilon x \frac{S}{e}$

Si  $C$  augmente,  $\tau$  augmente d'après l'expression  $\tau = R \cdot C$ .

Si  $\tau$  augmente la pente de la tangente à la courbe à  $t=0$  est moins forte d'où l'allure de la nouvelle courbe :



**Exercice 6 :**

D'après l'énoncé :  $u_C = E \cdot e^{-t/\tau}$

$$\ln(u_C) = \ln(E \cdot e^{-t/\tau})$$

$$\ln(u_C) = \ln(E) + \ln(e^{-t/\tau})$$

$$\ln(u_C) = \ln(E) - \frac{t}{\tau}$$

On pose  $Y = \ln(u_C)$

$$\text{donc } Y = \ln(E) - \frac{t}{\tau}$$

• La fonction  $Y = f(t)$  est une fonction affine, sa représentation graphique est donc une droite de coefficient directeur  $a = -\frac{1}{\tau}$  et d'ordonnée à l'origine  $\ln(E)$ .

•  $a = -\frac{1}{\tau}$      $\tau = -\frac{1}{a}$

**Conclusion :**

Le programme python doit

- tracer cette droite ( $Y = f(t)$ )
- calculer le coefficient directeur  $a$
- calculer  $\tau$

Une grande partie du programme est écrit.

**La ligne 1** définit la grandeur  $Y$  donc il faut écrire :  $Y = \text{np.log}(u_C)$

**La ligne 2** définit la valeur de  $\tau$  donc il faut écrire :  $\tau = 1/a$

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import scipy.stats as sci

t=[0.00, 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05, 0.06, 0.07, 0.08, 0.09, 0.10, 0.11, 0.12, 0.13]
u_C=[4.99, 3.21, 2.01, 1.27, 0.81, 0.51, 0.33, 0.21, 0.14, 0.09, 0.06, 0.04, 0.02, 0.01]
t1=np.array(liste_t)
u_C1=np.array(liste_u_C)
```

**ligne 1:**

```
plt.plot(t1,Y)
```

```
a=sci.linregress(t1,Y)[0]
```

**ligne 2:**

```
print (tau)
```

```
plt.show()
```

**Exercice 7 :** (Rq : nouvelles valeurs dans l'énoncé)

Quand la main est éloignée de la feuille d'aluminium ,  
la valeur de « $\tau$ » varie entre 40 et 60.

Quand la main est proche de la feuille d'aluminium , la  
valeur de « $\tau$ » varie entre 170 et 190.

(les valeurs de « $\tau$ » valant 65, 71, 93, 143 correspondent  
au moment où la main se rapproche de la feuille).

Par conséquent, la «valeur seuil de  $\tau$ » vaut – par  
exemple – 100.

```

if (total1 > 100){
    tone (BUZZER, 440);
}

```

*Le buzzer se met à sonner  
quand la valeur de « $\tau$ » est  
supérieure à 100.*

feuille

- 3 cm

le

48  
45  
38  
38  
38  
45  
38  
36  
40  
37  
40  
37  
38  
44  
47  
65  
71  
93  
143  
173  
175  
180  
189  
189  
195  
193  
195  
187  
...