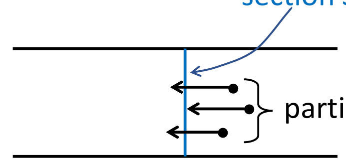
Chapitre 17 : Le dipôle condensateur.

I. L'intensité du courant :

1.Définition de l'intensité du courant continu (constant):

$$A \rightarrow I = \frac{\Delta Q \leftarrow C}{\Delta t \leftarrow s}$$



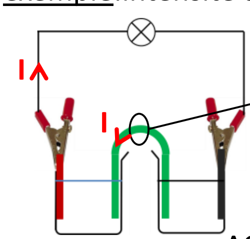
conducteur (fil de connexion ou solutions)

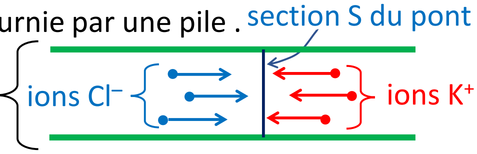
ΔQ : variation de charges ($Q_{final} - Q_{initial}$) créée par le passage de particules chargée à travers la section S .

Δt : durée du passage des particules à travers S

Si I est > 0 alors le sens du courant est le même que celui des particules.
Si I est < 0 alors le sens du courant est opposé à celui des particules.

<u>exemple</u>:intensité du courant fournie par une pile . section S du pont salin





<u>ions K^+</u>:

$\left.\begin{array}{l}\Delta Q > 0 \\ \Delta t > 0\end{array}\right\}$ I>0: le courant à la même sens que celui des ions K^+.

<u>ions Cl^-</u>:

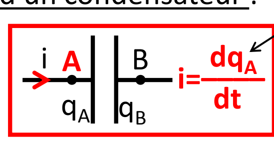
$\left.\begin{array}{l}\Delta Q < 0 \\ \Delta t > 0\end{array}\right\}$ I<0 : le courant est opposé au sens des ions Cl^-

2.Définition de l'intensité du courant variable:

Même définition que pour un courant continu mais l'intervalle de temps Δt est très court ($\Delta t \rightarrow 0$) d'où : $A \rightarrow i = \frac{dq \leftarrow C}{dt \leftarrow s}$

Rq : Règle souvent utilisée :
Lettre majuscule pour les grandeurs constantes: I(A) , R(Ω), C(F), U(V)
Lettre minuscule pour les grandeurs variables : i(A), v_x(m/s) , u(V)

3. Présence d'un condensateur :



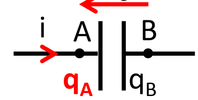
charge de la $1^{ère}$ armature rencontrée par le courant.

II. **Condensateur : charge et tension** :

Un condensateur est caractérisé par sa capacité C (voir TP) en farad. Plus ses armatures auront une charge Q importante plus la tension U sera grande.

Les grandeurs Q, C et U sont liées par la relation :

u_C (ou u_{AB}) (condensateur = récepteur)



$q_A = C \times u_C$

(«q = Cu»)

Relation entre i et u_C : $i = \dfrac{dq_A}{dt}$ $\quad q_A = C \times u_C$

$v_x = \dfrac{dx}{dt}$: dérivée de x par rapport à t : $v_x = \dot{x}$ (ou $v_x(t) = \dot{x}(t)$)

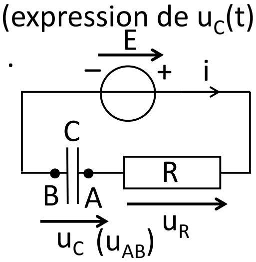
$i = \dfrac{dq_A}{dt}$: dérivée de q par rapport à t : $i(t) = \dot{q}_A(t) = \dot{(C \times u_C(t))} = C \times \dot{u}_C$

ex : 45 µF : <u>constante</u>

$$\boxed{i = C\,\frac{du_C}{dt}}$$

III. **Étude du circuit de charge d'un condensateur** :(expression de $u_C(t)$=?)

1. <u>Circuit</u> : À t=0s, le condensateur n'est pas chargé .



2. <u>Loi des mailles et loi d'Ohm</u> :

$$E - u_R - u_C = 0$$
$$E - R.i - u_C = 0$$

3. <u>Équation différentielle</u> :

a. <u>*Fonction exponentielle et sa dérivée*</u> : $y(x) = e^x \quad y'(x) = e^x$

b. <u>*Dérivée d'une fonction composée*</u> : $y(x) = (5x - 4)^3$

$y'(x) =$ dérivée de la fonction cube x dérivée d'une fonction affine

$y'(x) = 3(5x - 4)^2 \times 5$

$y_1(x) = e^{-5x}$

$y_1'(x)$=dérivée de la fonction exponentielle x dérivée d'une fonction linéair

$y_1'(x) = e^{-5x} \times (-5)$

c. <u>*Équation différentielle : définition générale*</u> :

Une équation différentielle est une équation dont l'inconnue n'est pas un nombre x mais une fonction y(x). L'équation contient la fonction y(x) , des constantes et aussi sa dérivée y'(x).

d. *Équation différentielle : exemple* : $y'(x) = 3 . y(x) + 5$

solution de cette équation différentielle (à admettre) :

$y(x) = K.e^{3x} - \frac{5}{3}$ K est un nombre quelconque

L'expression donnée de y(x) est-elle la solution de l'équation différentielle (ED) ?

- $y'(x) = K.3.e^{3x}$
- $3. y(x) + 5 = 3.(K.e^{3x} - \frac{5}{3}) + 5 = K.3.e^{3x}$

donc $y'(x) = 3 . y(x) - 5$

Conclusion : y(x) donnée est bien la solution de l'ED.

A retenir : $y'(x) = a . y(x) + b$ Solution : $y(x) = K.e^{ax} - \frac{b}{a}$

4. Équation différentielle régissant l'évolution de $u_C(t)$:

$E - R.i - u_C = 0$

$E - R.C\frac{du_C}{dt} - u_C = 0$

cette expression est une ED car elle est constituée d'une fonction u_C inconnue, de constantes et de la dérivée de u_C.

5. Solution de l'équation différentielle régissant l'évolution de $u_C(t)$:

On sait que l'ED: $y'(x)=a .y(x)+b$ admet pour solution : $y(x)=K.e^{ax} - \frac{b}{a}$

$E - R.C\frac{du_C}{dt} - u_C = 0$ $\frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{R.C}.u_C + \frac{E}{R.C}$

On pose **τ = R . C**, τ est appelée **constante de temps ou temps caractéristique**(**unité : s**) $\frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{\tau}.u_C + \frac{E}{\tau}$

La solution de l'ED est : $u_C(t) = K.e^{-\frac{t}{\tau}} - (-E) = K.e^{-\frac{t}{\tau}} + E$

6. Recherche de la valeur de la constante K :

Pour trouver la **valeur de K**, il faut étudier les **conditions initiales**.

À t=0s le condensateur n'est pas chargé, cela signifie que :

$u_C(0) = 0$ V

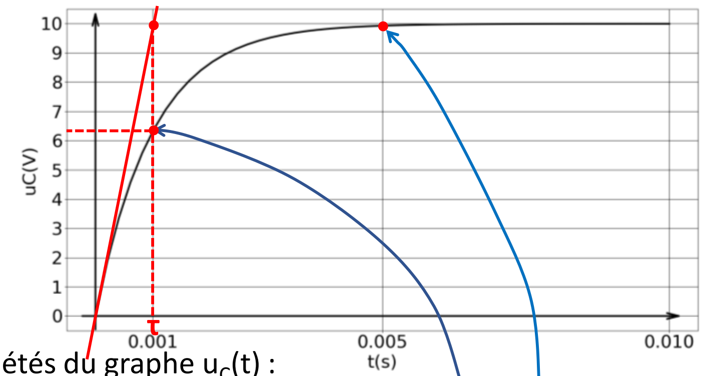
or $u_C(0) = K.e^{-\frac{0}{\tau}} + E = K + E$

donc K + E = 0 et K = – E

7. Conclusion : $u_C(t) = -E.e^{-\frac{t}{\tau}} + E$

$u_C(t) = E.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$	**τ = R . C**

8. Graphe $u_C(t)$:



E = 10V
C=1µF
R=1 kΩ

$\tau = R.C = 10^3 \times 10^{-6}$
$\tau = 0,001s$

9. Quelques propriétés du graphe $u_C(t)$:

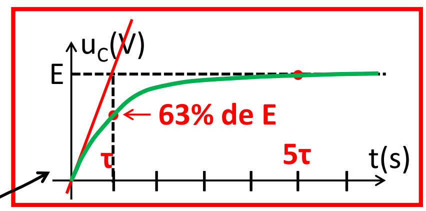
$u_C(\tau)=E(1-e^{-1})=0,63.E$ → le condensateur est chargé à 63%.

$u_C(5\tau)=E(1-e^{-1})=0,993.E$ → le condensateur est chargé (à 99,3%)

$\dot{u}_C(t) = -E.(-\frac{1}{\tau}).e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}$

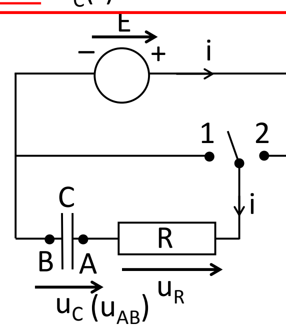
$\dot{u}_C(0) = \frac{E}{\tau}$: coeff. dir tangente à l'origine

10. Graphe approximatif de graphe $u_C(t)$:



IV. **Étude du circuit de décharge d'un condensateur :** $u_C(t)$=?

1. Circuit : À t=0s, le condensateur est chargé, sa tension vaut E, on bascule l'interrupteur en positon 1.



2. Loi des mailles et loi d'Ohm :

$$u_R + u_C = 0$$
$$R.i + u_C = 0$$

3. Équation différentielle régissant l'évolution de $u_C(t)$:

$$R.C\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

4. Solution de l'équation différentielle régissant l'évolution de $u_C(t)$:

On sait que l'ED: $y'(x)=a.y(x)+b$ admet pour solution : $y(x)=K.e^{ax} - \frac{b}{a}$

$$\frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{R.C}.u_C$$

$$\frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{\tau}.u_C \qquad \text{donc} \quad u_C(t) = K.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

5. Recherche de la constante K avec les conditions initiales :

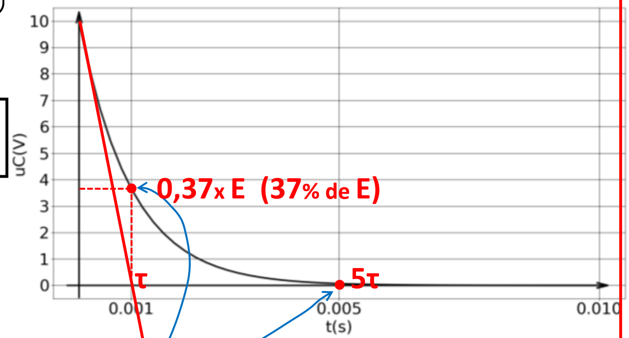
$$\left.\begin{array}{l} \text{À } t=0s\text{ , } u_C(0) = E \\ \text{or } u_C(0)= K.e^{-\frac{0}{\tau}} = K \end{array}\right\} \text{donc } K = E$$

6. Conclusion :

$$\boxed{u_C(t)= E.e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ avec } \tau=R \times C}$$

7. Graphe $u_C(t)$:

$E = 10V\ \underbrace{C=1\mu F\ R=1k\Omega}_{\tau = 0{,}001s}$



8. Propriétés du graphe :

$u_C(\tau)= E.e^{-1} = 0{,}37.E$

$u_C(5\tau)= E.e^{-5} \approx 0{,}01.E$: le condensateur est (quasiment) déchargé.

$\dot{u}_C(t)= -\frac{E}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}$ $\quad \dot{u}_C(0)= -\frac{E}{\tau}$: coeff. dir. tangente à t=0s.