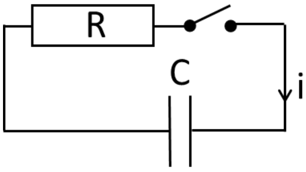
Exercices chapitre 17 : Le condensateur.

Exercice 1 :

Un condensateur de capacité C est chargé, sa tension vaut E=10V. On l'associe à une résistance (voir schéma), à t=0s, on ferme l'interrupteur: le condensateur se décharge. On étudie cette phase de décharge, on souhaite connaitre l'évolution de la tension u_C du condensateur en fonction du temps.

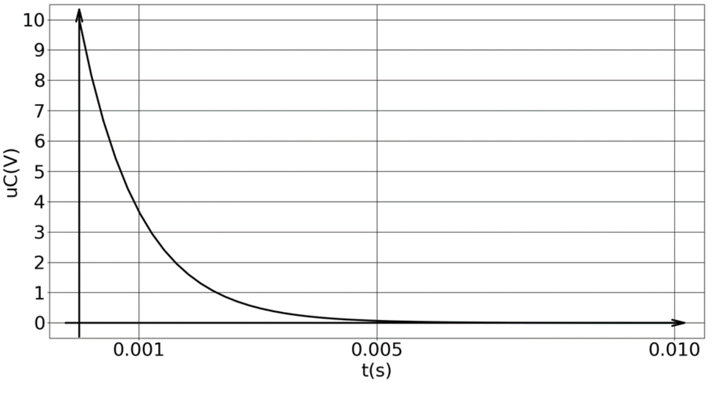


1. Représenter les flèches tensions u_R et u_C aux bornes de la résistance et du condensateur (pour une résistance et un condensateur, on utilise – comme d'habitude – la convention récepteur).
2. Appliquer la loi des mailles à ce circuit.
3. En utilisant la relation entre u_R et i puis une autre relation exprimant i en présence d'un condensateur, établir l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension u_C (il faut établir une relation avec u_C, des constantes et $\frac{du_C}{dt}$).

4. Mettre l'équation différentielle sous la forme : y'(x)=a .y(x)+b .
5. Résoudre l'équation différentielle, c'est à dire exprimer $u_C(t)$ (avec la constante K).
6. Déterminer la constante K en considérant les conditions initiales : à t=0, la tension du condensateur vaut E.

7. L'expression finale de $u_C(t)$ est : $u_C(t)= E.e^{-\frac{t}{\tau}}$. Le graphe représentant la tension $u_C(t)$ ci-dessous est réalisé avec les valeurs suivantes : E=10,0 V , C=1,00 µF et R=1000 Ω.

7.a. Déterminer la valeur du temps caractéristique τ.
7.b. Montrer qu'au bout d'une durée égale à τ , la tension du condensateur vaut environ 37% de sa tension initiale.
7.c. Montrer qu'au bout d'une durée égale à 5.τ, le condensateur est pratiquement déchargé.
7.d.
Déterminer l'expression de $\dot{u}_C(t)$ (calculer la dérivée de $u_C(t)$) .
Exprimer $\dot{u}_C(0)$ en fonction de E et τ.
Tracer précisément la tangente à la courbe $u_C(t)$ à la date t=0.

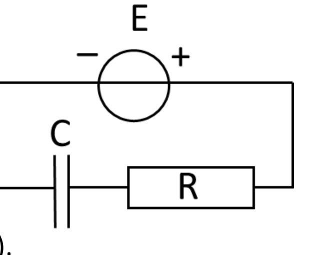


Exercice 2 :

On dispose de l'équation différentielle suivante : $u_C + 2.10^{-3}.\dot{u}_C - 5 = 0$.
Vérifier que la solution de cette équation différentielle est la suivante : $u_C(t) = 5.(1 - e^{-500.t})$

Exercice 3 :

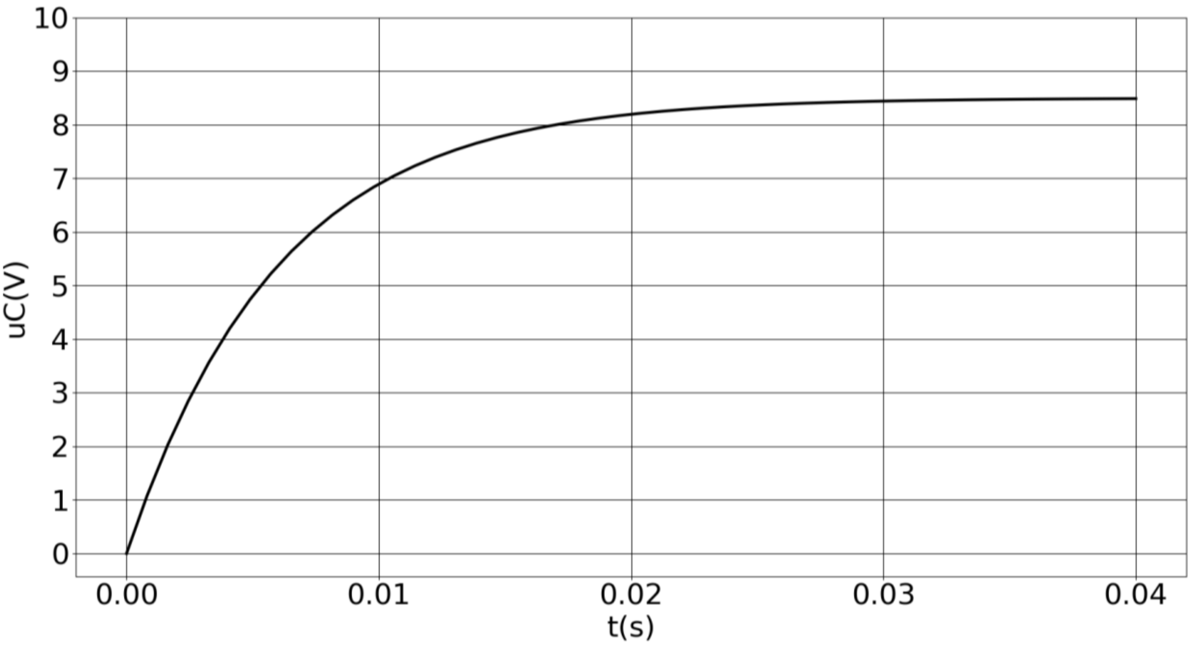
On étudie la charge d'un condensateur. À t=0, la tension du condensateur est nulle.



1. Représenter le courant et les tensions sur le schéma ci-contre.
2. Établir l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension $u_C(t)$.
3. Déterminer la solution de l'équation différentielle (la solution contiendra la constante K).
4. Établir l'expression de $u_C(t)$ en fonction de t, E et τ.
5. Tracer l'allure de la courbe $u_C(t)$ mais en donnant le plus de renseignements possible (essayer d'être le plus précis possible).

Exercice 4 :

On dispose, ci-derrière, de la courbe représentant la tension $u_C(t)$ de charge d'un condensateur en fonction du temps t, la résistance utilisée dans le «circuit RC» est de 3,00 kΩ.
Déterminer ,par deux méthodes , la valeur de la capacité du condensateur utilisée dans le circuit.



Exercice 5 :

On étudie le principe d'un capteur capacitif de contact. Un capteur est un dipôle dont une des caractéristiques électriques (tension, résistance, intensité, …) varie en fonction d'un paramètre (température, intensité lumineuse, longueur, ….).

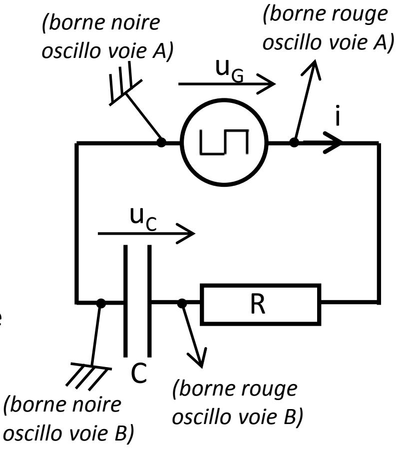
La capacité d'un condensateur dépend de l'aire de ses armatures et de la distance séparant ses armatures.

L'expression de la capacité d'un condensateur est : $C = \varepsilon \times \dfrac{S}{e}$

S : aire en m^2 d'une armature en m.

e : distance en m séparant les deux armatures.

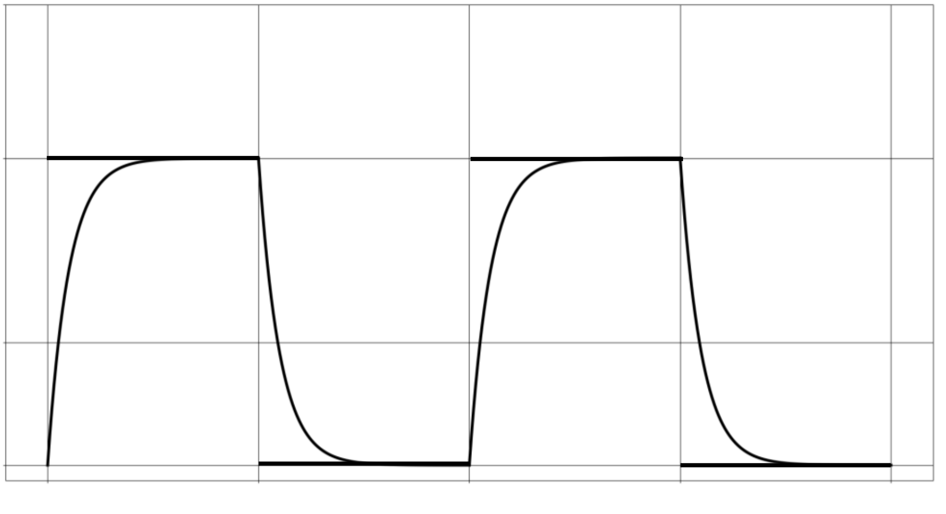
ε : constante en F/m dépendant de la nature du condensateur (matériau)



On réalise le circuit ci-contre et on branche un oscilloscope aux bornes du générateur (voie A) puis aux bornes du condensateur (voie B). La tension du générateur est une tension dite «en créneau» : c'est une tension périodique , elle vaut 5 V pendant 1 µs , s'annule pendant 1µs puis ce cycle (5V/0V) se poursuit.

Le condensateur utilisé est constitué de deux feuilles de papier d'aluminium séparées par une feuille de plastique. Ces 3 feuilles sont posées sans pression l'une sur l'autre.

On observe les courbes suivantes sur l'écran de l'oscilloscope:



Quand on appuie légèrement avec sa main sur les 3 feuilles superposées, le graphe représentant la tension u_C change légèrement de forme sur l'écran de l'oscilloscope (l'oscilloscope fait des mesures en continu).

1. Dessiner ci-dessus la nouvelle forme du graphe $u_C(t)$ quand on appuie sur les 3 feuilles avec sa main.
2. Justifier ce nouveau graphe.
3. Faire l'expérience sur le montage du bureau du professeur.

Exercice 6 :

On étudie la décharge d'un condensateur avec un microcontrôleur Arduino (circuit électrique piloté par un programme). On obtient le «tableau» ci-contre , la colonne de gauche est le temps t en s et la colonne de droite est la tension en V du condensateur étudié.
On donne ci-dessous un programme python incomplet qui permet de déterminer le temps caractéristique τ à partir de ce tableau. Le programme doit tracer une droite et doit déterminer le coefficient directeur de cette droite qui est lié à τ.

0.00, 4.99
0.01, 3.21
0.02, 2.01
0.03, 1.27
0.04, 0.81
0.05, 0.51
0.06, 0.33
0.07, 0.21
0.08, 0.14
0.09, 0.09
0.10, 0.06
0.11, 0.04
0.12, 0.02
0.13, 0.01
0.14, 0.00
0.15, 0.00

L'expression de la tension $u_C(t)$ est : $u_C(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$
Pour tracer la droite à partir de l'expression actuelle de u_C , on dit qu'il faut linéariser $u_C(t)$, pour cela on a besoin des relations suivantes: $\ln(a.b) = \ln(a) + \ln(b)$ et $\ln(e^a) = a$
En python, ln(x) s'écrit np.log(x) (bibliothèque numpy)

Écrire les lignes numérotées 1 et 2 du programme ci-dessous afin qu'il trace la droite étudiée et qu'il affiche la valeur du temps caractéristique τ .
<u>Remarque sur la fonction np.array()</u> :
La fonction np.array() permet de faire facilement des calculs sur les tableaux.
Exemple 1 : liste_1 = [0,4,11,13,22]
liste_carré = (liste_1)**2 → on obtient un message d'erreur .

Exemple 2 : liste_1 = [0,4,11,13,22]
x = np.array([0,4,11,13,22])
c = x**2
plt.plot =(x , c)

→ Tout se passe comme si la variable x n'était pas un tableau (tableau = **<u>plusieurs</u>** «cases mémoires») mais une variable contenue dans **<u>une seule</u>** «case mémoire» dont la valeur varie (valeurs du tableau).

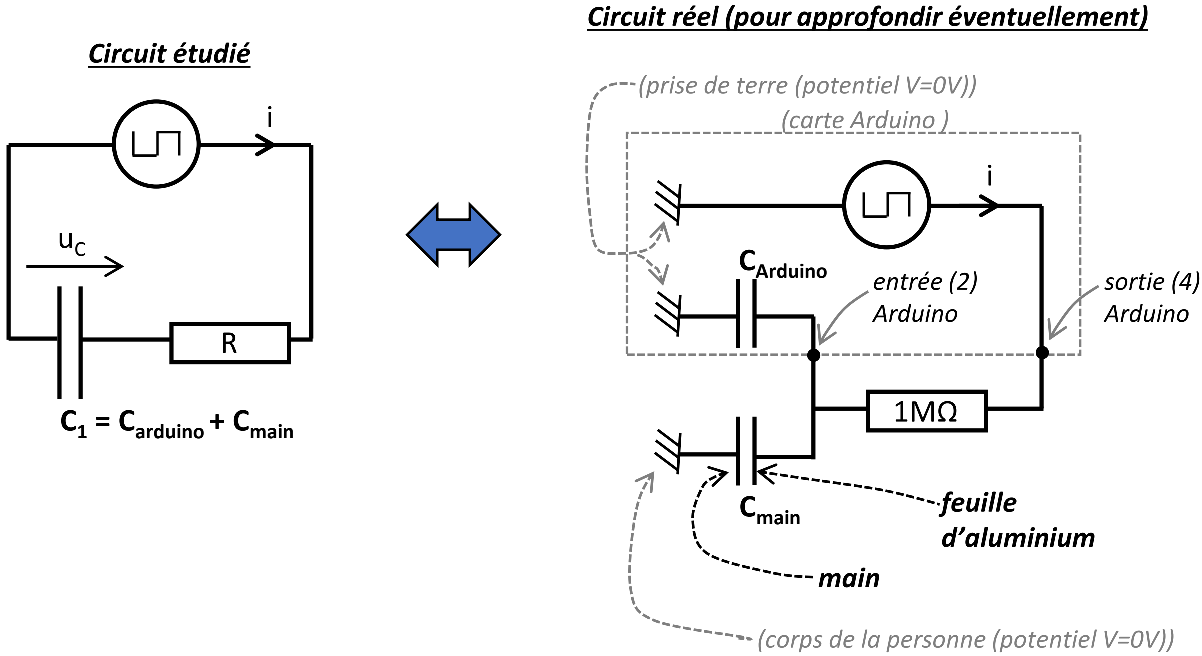
```
import matplotlib.pylab as plt
import numpy as np
import scipy.stats as sci

t=[0.00, 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05, 0.06, 0.07, 0.08, 0.09, 0.10, 0.11, 0.12, 0.13]
uc=[4.99, 3.21, 2.01, 1.27, 0.81, 0.51, 0.33, 0.21, 0.14, 0.09, 0.06, 0.04, 0.02, 0.01]
t1=np.array(liste_t)
uc1=np.array(liste_uc)


ligne 1:
plt.plot(t1,Y)


a=sci.linregress(t1,Y)[0]
ligne 2:
print (τ)

plt.show()
```

Exercice 7 :

On étudie le principe d'un capteur capacitif de présence («présence proche»).
<u>Description du «capteur»</u> :
C'est un condensateur dont une des armatures est une feuille d'aluminium reliée à la borne + d'un générateur et l'autre armature est notre main qui s'approche parallèlement à cette feuille.

Pourquoi la feuille et la main jouent-elles le rôle d'un condensateur (très mauvais : quelques pF) ?
La feuille d'aluminium est chargée positivement (car elle est reliée au pôle + du générateur) et la surface de la main - qui est en face de la feuille - est chargée négativement , en effet les charges + de la feuille attirent les électrons de la main, ils s'accumulent donc sur la surface de la main en face des charges +.

On réalise le circuit ci-derrière avec le microcontrôleur Arduino.



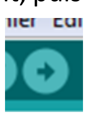
Le condensateur C_1 est formé du condensateur qui se trouve dans la carte Arduino et du condensateur «main» .
Quand la main est éloignée de la feuille d'aluminium, C_{main} = 0 F.
Quand la main est proche de la feuille C_{main} vaut quelques picofarads.

Le générateur charge et décharge continuellement le condensateur C_1.
A chaque fois que le condensateur C_1 se charge, le programme détermine le temps caractéristique τ (quelques pico-secondes)
Toutes les 0,1s le programme affiche la valeur de τ mise en mémoire.

Voici quelques exemples d'affichage (l'unité des valeurs est arbitraire):

main éloignée de la feuille :
48
45
38
38
38
45
38
36
40
37
40
37
38
44
47
65
71
93

main proche (2 - 3 cm) de la feuille :
143
173
175
180
189
189
195
193
195
187

Le programme permet en plus de faire sonner un buzzer quand la main est proche (2 - 3 cm) de la feuille .
On donne ci-dessous cette partie de programme, le temps caractéristique τ est noté «total1».
Le programme est incomplet, il manque un nombre à cet endroit.
1. Écrire le nombre qui convient afin de faire fonctionner le programme.
2. Faire l'expérience (bureau professeur): approcher et éloigner la main de la feuille, lire les nombres qui s'affichent, puis écrire le nombre qui convient dans le programme, cliquer sur :  pour faire fonctionner le programme.

```
long total1 =  cs_4_2.capacitiveSensor(30);
Serial.println(total1);


if (total1 >      ){
    tone(BUZZER, 440) ;
 }
else {
    noTone(BUZZER) ;
 }

delay(100);
```

valeur du temps caractéristique τ
affichage du temps caractéristique τ
pause de 100 ms puis le programme recommence.