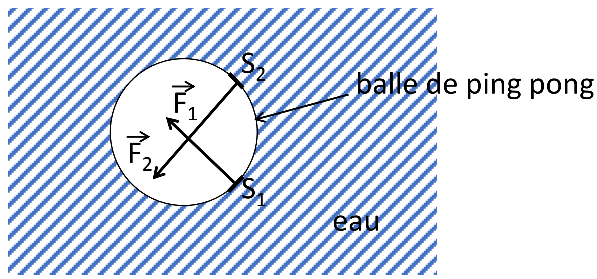
Chapitre 26 : Mécanique des fluides.

I. La pression : Définition.



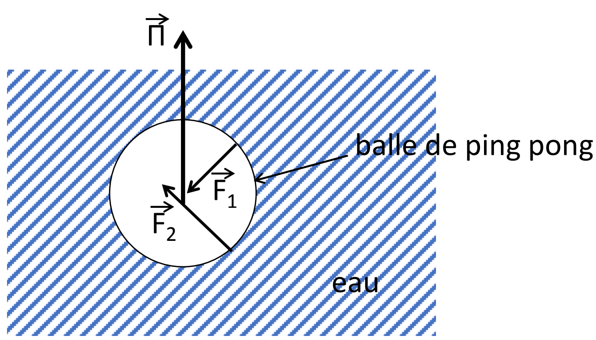
L'eau exerce une pression sur la balle.
L'eau exerce une force pressante sur la balle

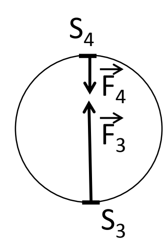
$$\text{pression} = \frac{\text{force pressante}}{\text{surface sur laquelle s'exerce la force pressante}}$$

$$\boxed{P = \frac{F}{S}}$$

P en pascal **Pa**
F en N
S en m^2

II. La poussée d'Archimède :





L'eau exerce sur la balle une force **verticale vers le haut** $\vec{F}_{eau/balle}$ appelée poussée d'Archimède notée $\vec{\Pi}$.

La force $\vec{\Pi}$ est égale à la somme des force $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$, $\vec{F_3}$, …. appliquées aux surfaces S_1, S_2, S_3 , …

$F_1 = P_1 \times S_1$
$F_2 = P_2 \times S_2$
$F_3 = P_3 \times S_3$

La pression de l'eau sur la surface S_3 est supérieure à la pression de l'eau sur la surface S_4 (S_3 plus profond que S_4) donc $F_3 > F_4$

On admet que : $\Pi = \rho_{eau} \times V_{balle} \times g$

ρ : masse volumique du fluide entourant le solide immergé (système immergé) en kg/m^3.

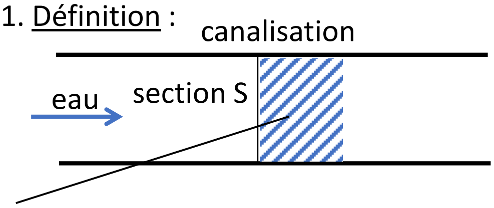
V : volume du système immergé en m^3.
g : intensité de la pesanteur (N/kg)

Rq :les fluides sont les liquides, les gaz . Exemples : eau , air.

Expression vectorielle : $\boxed{\vec{\Pi} = - \rho_{eau} \times V_{balle} \times \vec{g}}$

III. **Débit volumique dans une canalisation :**

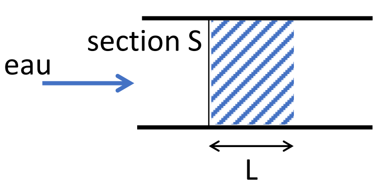
1. Définition :



On note D le débit volumique : $\boxed{D = \frac{V}{\Delta t}}$

V est le volume d'eau (en m^3) qui est passé à travers le section S pendant la durée Δt (en s).
Unité du débit D : m^3/s

Autre expression du débit volumique D :



$$D = \frac{V}{\Delta t} = \frac{S.L}{\Delta t} = S.\frac{L}{\Delta t}$$

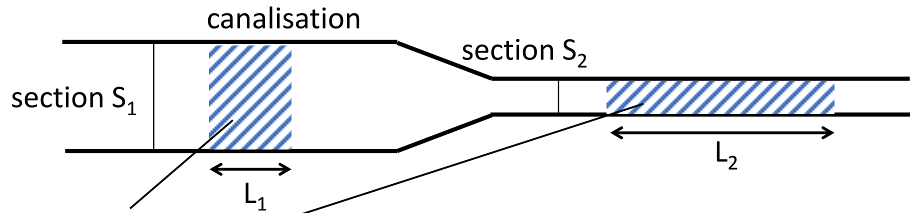
$\boxed{D = S.\ v}$

D en m^3
S en m^2
v en $m.s^{-1}$ est appelé vitesse du fluide .

2. Propriété :

Pendant une durée Δt :
À l'entrée de la canalisation, un volume V_1 d'eau s'est déplacé.
Au milieu de la canalisation, un volume V_2 d'eau s'est déplacé.
À la fin de la canalisation, un volume V_3 d'eau s'est déplacé.
L'eau est incompressible donc les volumes V_1, V_2 et V_3 sont égaux
(si 3L ont été déplacés à l'entrée en 1 s alors 3L ont été déplacés à la sortie en 1 s).
Conséquence :
Le débit volumique se conserve tout au long d'une canalisation donc $D_1 = D_2 = D_3$ = constante = D.

3. <u>Canalisation dont le section n'est pas constante</u> :



volume V_1 qui a traversé la section S_1 pendant la durée Δt

volume V_2 qui a traversé la section S_2 pendant la durée Δt

Conséquence :

On sait que : $D_1 = D_2$

$$\frac{V_1}{\Delta t} = \frac{V_2}{\Delta t}$$

$$\frac{S_1 x L_1}{\Delta t} = \frac{S_2 x L_2}{\Delta t}$$

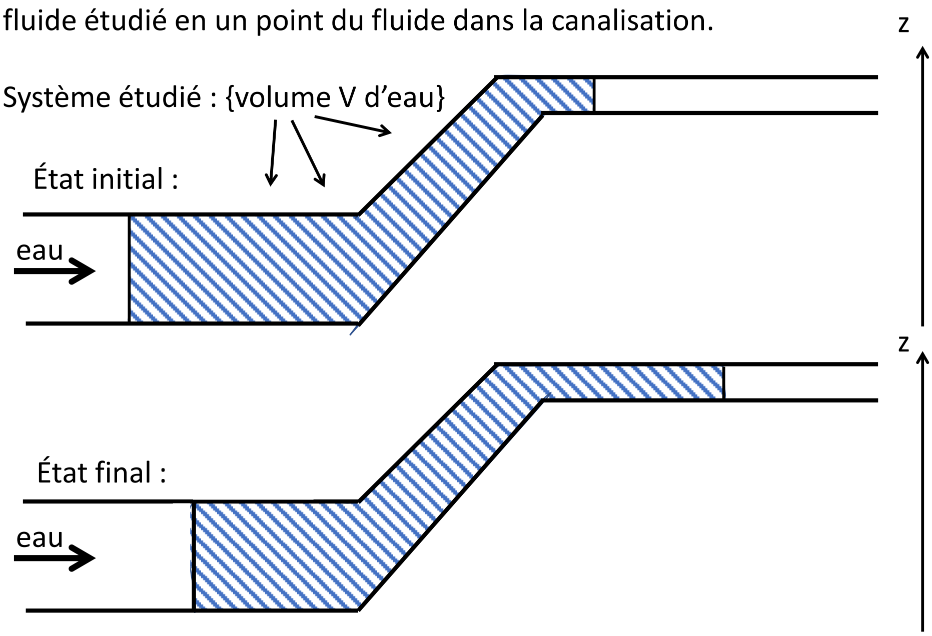
$$S_1 \text{ x } v_1 = S_2 \text{ x } v_2$$

$$D = S \text{ x } v = \text{constante}$$

La vitesse du fluide est d'autant plus important que la section est petite.

IV. **<u>Le théorème de Bernouilli</u>** :

On cherche la relation entre la pression P, la vitesse v et l'altitude z du fluide étudié en un point du fluide dans la canalisation.

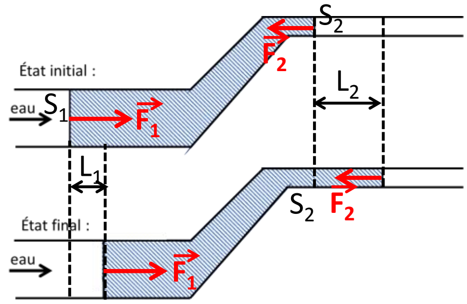


Référentiel terrestre galiléen
BF :
- poids $\vec{P}$ du volume V d'eau étudié : force conservative

- $\vec{F}_{eau \text{ «ext» } / \text{ volume } V}$ → forces de pression exercées par l'eau de la canalisation sur le volume V.

- Les forces de frottement : on suppose que le débit n'est pas grand, dans ce cas on peut négliger les frottements de l'eau sur la canalisation.
- La réaction du support $\vec{R}_N$ (force perpendiculaire à la trajectoire de l'eau) → $W(\vec{R}_N) = 0$

Théorème de l'énergie mécanique:



$\Delta Em = \Sigma\, W(\vec{F}_{ext\ nc})$

$\Delta Em = W(\vec{F}_1) + W(\vec{F}_2) + W(\vec{R}_N)$

$\Delta Em = F_1.L_1 - F_2.L_2$

or pression $P_1 = \dfrac{F_1}{S_1}$ et pression $P_2 = \dfrac{F_2}{S_2}$

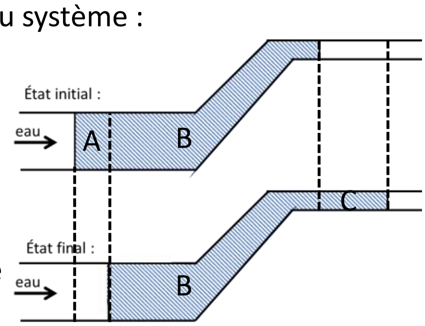
$\Delta Em = P_1.S_1.L_1 - P_2.S_2.L_2$

$\Delta Em = P_1.V_1 - P_2.V_2$

or le fluide est incompressible donc $V_1 = V_2 = V$

$\Delta Em = P_1.V - P_2.V$

- variation d'énergie (mécanique) ΔEm du système :
  $\Delta Em = Em(final) - Em(initial)$



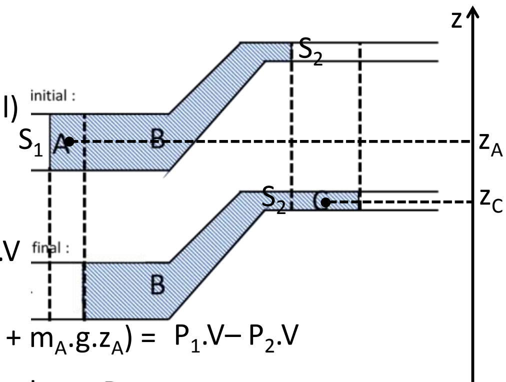
À l'état initial, on décompose le système en deux sous-système : A et B

À l'état final, on décompose le système en deux sous-système : B et C

$\Delta Em = Em_B(final) + Em_C(final) - (Em_B(initial) + Em_A(initial))$
L'énergie du sous-système B n'a pas changé entre l'état et l'état final :
- Chaque molécule d'eau possède la même altitude.
- Chaque molécule d'eau possède la même vitesse.

donc $Em_B(\text{final}) = Em_B(\text{initial})$

donc $\Delta Em = Em_C(\text{final}) - Em_A(\text{initial})$



- Bilan : $\Delta Em = P_1.V - P_2.V$

$$Em_C(\text{final}) - Em_A(\text{initial}) = P_1.V - P_2.V$$

$$\frac{1}{2}.m_C.v_C^2 + m_C.g.z_C - \left(\frac{1}{2}.m_A.v_A^2 + m_A.g.z_A\right) = P_1.V - P_2.V$$

$m_C = m_A$ car volume A = volume B

$P_1 = P_A$ $P_2 = P_C$ d'après le schéma.

$$\frac{1}{2}.m.v_C^2 + m.g.z_C - \left(\frac{1}{2}.m.v_A^2 + m.g.z_A\right) = P_A.V - P_C.V$$

$$\frac{1}{2}.m.v_C^2 + m.g.z_C + P_C.V = \frac{1}{2}.m.v_A^2 + m.g.z_A + P_A.V$$

$$\frac{1}{2}.\rho.V.v_C^2 + \rho.V.g.z_C + P_C.V = \frac{1}{2}.\rho.V.v_A^2 + \rho.V.g.z_A + P_A.V$$

$$\boxed{\frac{1}{2}.\rho.v_C^2 + \rho.g.z_C + P_C = \frac{1}{2}.\rho.v_A^2 + \rho.g.z_A + P_A}$$

<u>Conclusion</u> : Pour un point quelconque d'un fluide incompressible en mouvement dont le débit n'est pas trop important :

$$\boxed{\frac{1}{2}.\rho.v^2 + \rho.g.z + P = \text{constante} \qquad \textbf{Théorème de Bernouilli}}$$

ρ : masse volumique du fluide

v : vitesse d'un point M du fluide

z : altitude du point M du fluide

P : pression du point M du fluide

Rq: Le théorème de Bernouilli traduit la conservation de l'énergie totale d'un fluide en mouvement:
Conservation de : l'énergie cinétique + l'énergie potentielle de pesanteur + l'énergie due à la pression du fluide.

Rq: Le théorème de Bernouilli est valable pour les fluides compressibles (gaz) si la vitesse n'est pas très élevée : vitesse du gaz inférieure à la vitesse de son dans le gaz étudié.

V. Cas où le fluide est immobile (v=0m/s) :

1. **Principe fondamental de l'hydrostatique**:

Si v_{fluide} = 0 m/s alors le théorème de Bernouilli devient :

$$\mathbf{P + \rho.g.z = constante}$$

2. Cas de l'air.

a. Pression de l'air :

La pression de l'air varie en fonction de plusieurs paramètres : température, altitude , ….

On retient la valeur suivante pour la pression au **niveau de la mer (ou dans une salle de «TP») :**

101300 Pa = 1 atm = 1,013 bar **1 bar = 10^5 Pa**

b. Masse volumique de l'air à 25°C :

$$P . V = n . R . T$$

$$P = \frac{n . R . T}{V}$$

$$P = \frac{m . R . T}{M . V}$$

$$\frac{P . M}{R . T} = \frac{m}{V}$$

$$\rho = \frac{P . M}{R . T} = \frac{101300 \times 29.10^{-3}}{8{,}31 \times \underbrace{298}_{273 + 25}} = 1{,}19 \text{ kg/m}^3$$

c. Pression P et altitude z :

$$P + \rho.g.z = constante$$

$$P + \frac{P.M}{R.T}.g.z = constante$$

M, R , g sont des constantes

On se place dans le cas du modèle de l'atmosphère isotherme (T=cst).

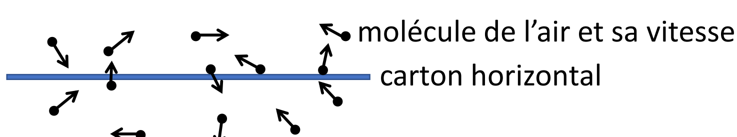
Si z augmente alors P diminue.

Au niveau de la mer : P ≈ 101300 Pa

A 200 km d'altitude : P ≈ 0 Pa (limite atmosphère / espace)

d. Force pressante exercée par l'atmosphère :

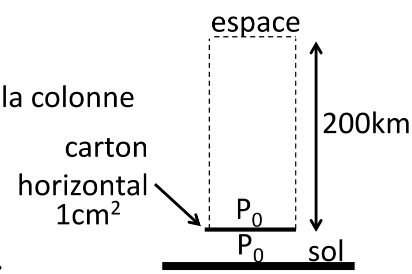
- interprétation microscopique :



La force pressante est due aux chocs des molécules entre elles et sur une surface quelconque.

Il y a autant de chocs SUR le carton que SOUS le carton donc la pression est la MÊME sur le carton que sous le carton. ($10 N/cm^2$) («$1 kg/cm^2$»)
Rq 1 : La pression est la même (≈1bar) DANS le corps humain et à l'EXTÉRIEURE du corps humain, c'est la raison pour laquelle on ne ressent pas la force pressante due à l'atmosphère.
Rq 2 : Si le corps humain est placé dans l'espace sans protection (sans combinaison spécifique) , les forces pressantes internes et externes ne se compensent plus car P_{int} = 1 bar et P_{ext} = 0 . Le corps est donc soumis aux forces pressantes internes qui tendent à le faire augmenter de volume, ce qu'il ne peut supporter.

• <u>interprétation macroscopique</u> :
La force pressante représente le poids de la colonne d'air sur une surface S:
$F = P_0 \times S = 1{,}0.10^5 \times 1{,}0.10^{-4} = 10 N$
La force pressante s'exerce sur les DEUX faces du carton donc il ne se déforme pas.



3. Cas de l'eau :

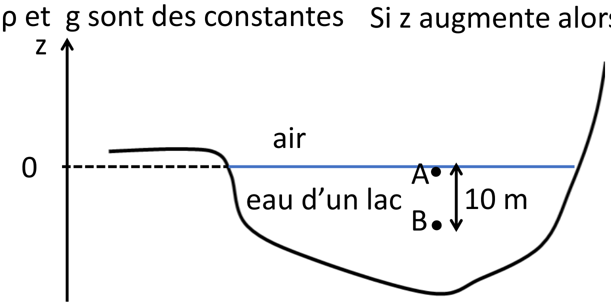
a. Masse volumique de l'eau :

L'eau est incompressible donc sa masse volumique est constante.

b. Pression P et altitude z :

$P + \rho.g.z = \text{constante}$

ρ et g sont des constantes. Si z augmente alors P diminue.



A est un point dans l'eau sur la surface de l'eau. Ce point est en contact avec l'air, il est en équilibre avec l'air donc sa pression est celle de l'air :
$P_A = 1{,}0.10^5$ Pa
P_B = ? $\quad P + \rho.g.z = cste$

$$P_B + \rho_{eau}.g.z_B = P_A + \rho_{eau}.g.z_A$$
$$P_B = P_A + \rho_{eau}.g.(z_A - z_B)$$

$$P_B = 1{,}0.10^5 + 1000 \times 10 \times (0 - (-10))$$
$$P_B = 1{,}0.10^5 + 1{,}0.10^5$$
$$P_B = 2{,}0.10^5 \text{ Pa}$$

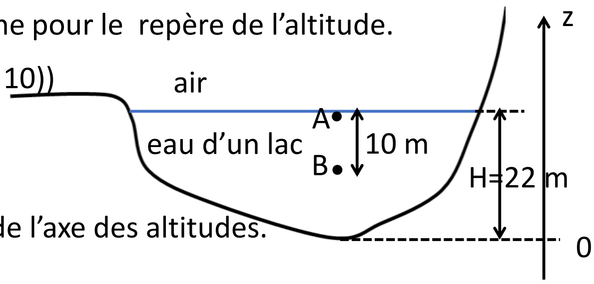
Dans l'eau, la pression augmente de 1 bar à chaque fois que l'on descend de 10 m.

Rq1: Changement d'origine pour le repère de l'altitude.

$P_B = P_A + \rho_{eau}.g.(H - (H - 10))$

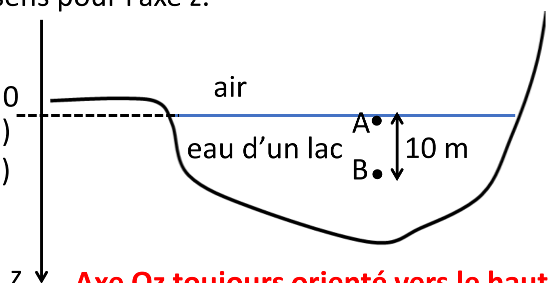
$P_B = P_A + \rho_{eau}.g.\ 10$

$P_B = 2{,}0.10^5$ Pa



On peut choisir l'origine de l'axe des altitudes.

Rq2: Changement de sens pour l'axe z.



$P_B = P_A + \rho_{eau}.g.(z_A - z_B)$

$P_B = P_A + \rho_{eau}.g.(0 - 10)$

$P_B = P_A - \rho_{eau}.g.10$

$P_B = 10^5 - 10^5 = 0$ Pa

FAUX

Axe Oz toujours orienté vers le haut .

VI. **Cas où l'altitude z du fluide est constante** :

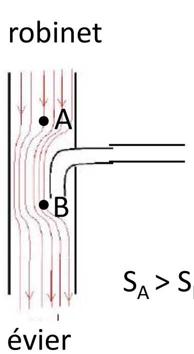
1. L'effet Venturi :

Si z = cst alors le théorème de Bernouilli devient :

$$\frac{1}{2}.\rho.v^2 + P = \text{constante}$$

Si la vitesse du fluide augmente alors sa pression diminue.

2. Application : la trompe à vide :



L'eau sort du robinet à la pression atmosphérique. On néglige la différence d'altitude entre A et B)

$$\frac{1}{2}.\rho.v^2 + P = \text{constante}$$

$$\frac{1}{2}.\rho_{eau}.v_B^{\ 2} + P_B = \frac{1}{2}.\rho_{eau}.v_A^{\ 2} + P_A$$

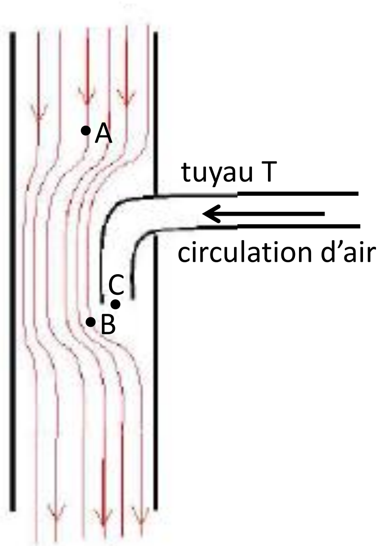
$$P_B - P_A = \frac{1}{2}.\rho_{eau}.\ (v_A^{\ 2} - v_B)^2$$

$S_A > S_B$ et le débit est constant donc $v_B > v_A$

$v_A - v_B < 0$

$P_B - P_A < 0$

$P_B < P_A$



$P_A \approx 1$ bar

$P_B < 1$ bar

$P_C = 1$ bar (air initialement immobile)

Csq : L'air en C va se déplacer vers B (forces pressantes plus importante en C qu'en B) donc une circulation d'air est créée dans le tuyau T.