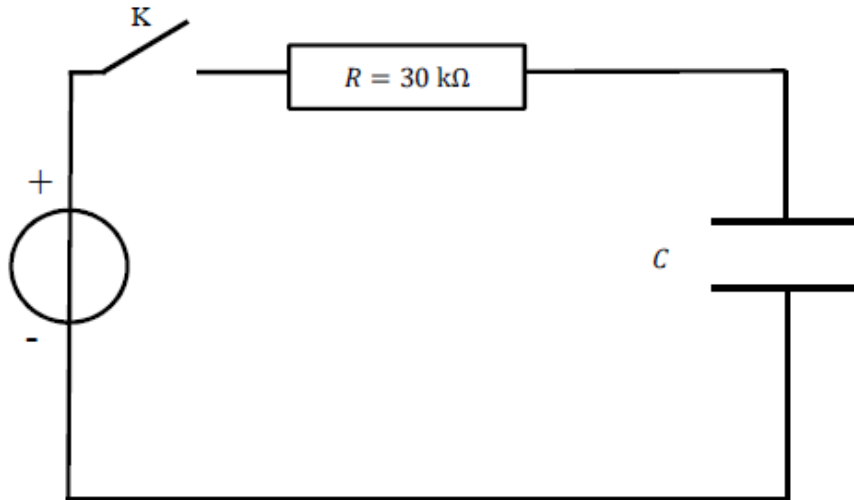


Exercice 1 : Extrait bac Nouvelle Calédonie 2022 jour 2 : Anatomie d'un condensateur

On considère le circuit électrique dont le schéma est représenté ci-dessous dans lequel le générateur de tension est idéal et délivre une tension électrique $E = 12 \text{ V}$:



Le condensateur, de capacité C , est initialement déchargé. À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K .

- A.1.** Recopier le schéma du circuit sur la copie, puis indiquer le sens du courant électrique, d'intensité i , circulant dans le circuit durant le régime transitoire, ainsi que les tensions E , u_R et u_C prises respectivement aux bornes du générateur, du conducteur ohmique de résistance R et du condensateur de capacité C .
- A.2.** Établir la relation entre les tensions électriques dans ce circuit.
- A.3.** Exprimer la charge q du condensateur en fonction de la tension à ses bornes.

Exercice 2 : Extrait bac Polynésie 2023 septembre : L'expérience de Millikan revisitée par des chercheurs suédois

On réalise un circuit électrique représenté en figure 1 comprenant un générateur délivrant une tension continue U_G égale à 666 V, un conducteur ohmique de résistance R de valeur égale à 10 M Ω et le condensateur de capacité C . Un interrupteur K permet de fermer ou d'ouvrir le circuit. À la date $t = 0$ s, le condensateur est initialement déchargé.

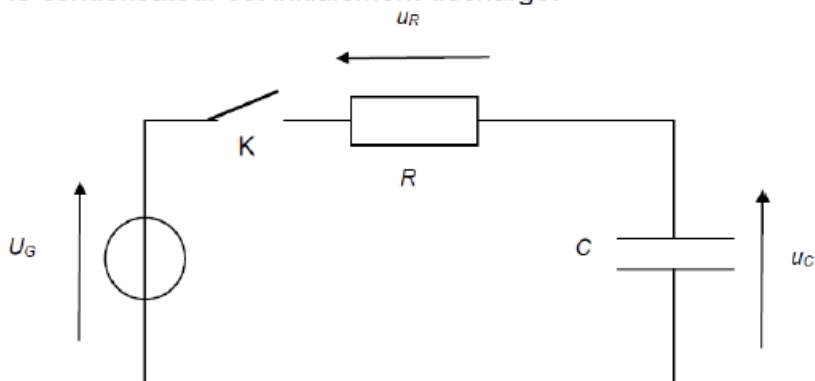


Figure 1. Schéma du montage utilisé pour la charge du condensateur plan

- Q1.** Écrire la relation existante entre les tensions u_C , u_R et U_G du circuit de la figure 1.
- Q2.** À l'aide de la relation précédente, montrer que l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur lors de la charge est :

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC} u_C(t) = \frac{U_G}{RC}$$

- Q3.** Vérifier que la solution de cette équation différentielle est $u_C(t) = U_G \times \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ en précisant l'expression de la constante τ .

La figure 2 représente l'évolution de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur lors de sa charge.

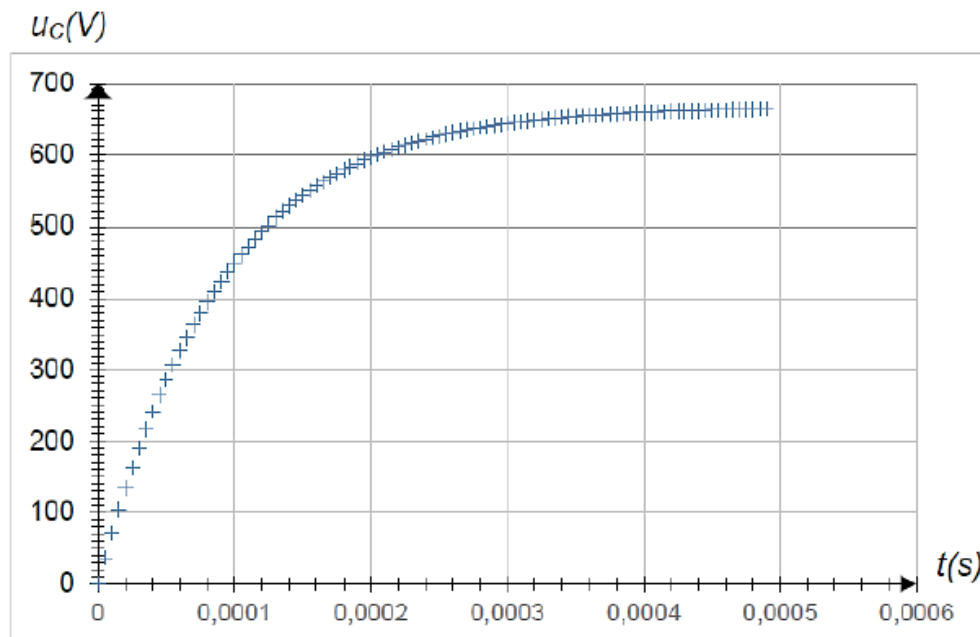


Figure 2. Évolution de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur au cours de la charge

- Q4.** Déterminer, à l'aide de la figure 2, la valeur du temps caractéristique de charge τ en expliquant la démarche.

Q5. En déduire la valeur de la capacité C du condensateur utilisé.

Données :

La capacité (en F) d'un condensateur plan : $C = \frac{\epsilon \times S}{d}$ où, S est la surface d'une plaque de valeur égale à $10,0 \times 10^{-4} \text{ m}^2$, ϵ la permittivité diélectrique du milieu en $\text{F} \cdot \text{m}^{-1}$ et d la distance entre les plaques de valeur égale à $1,0 \times 10^{-3} \text{ m}$.

La valeur de la permittivité diélectrique ϵ du milieu est égale à $8,85 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$.

Q6. Retrouver la valeur de la capacité C du condensateur utilisé en la calculant à partir des données précédentes.

Exercice 3 : Extrait Bac 2023 Nouvelle Calédonie Jour 1 : Capteur d'arrosage capacitif

On considère que le condensateur est initialement déchargé.

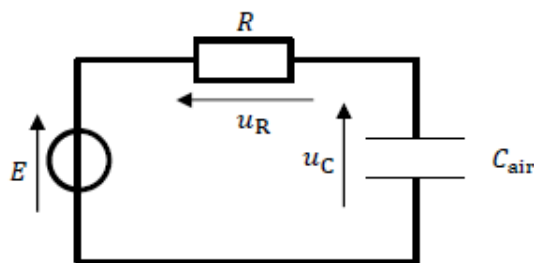


Figure 3 : Circuit en série comprenant un générateur, une résistance R et un condensateur C_{air}

- B.1. Établir, pour le circuit de la **figure 3**, la relation entre E , $u_R(t)$ et $u_C(t)$.
- B.2. Donner la relation mathématique entre l'intensité du courant $i(t)$ et la charge électrique $q(t)$ qui traverse une portion de circuit. Préciser les unités de chacune des grandeurs.
- B.3. Montrer alors que l'équation différentielle qui régit l'évolution de la tension u_C aux bornes du condensateur est :

$$\frac{du_C(t)}{dt} + \frac{1}{R \times C_{\text{air}}} u_C(t) = \frac{E}{R \times C_{\text{air}}}$$

- B.4.1. Montrer que $u_C(t) = E \times (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ est solution de l'équation différentielle à condition que $\tau = R \times C_{\text{air}}$.
- B.4.2. Nommer le produit des grandeurs R et C_{air} .
- B.5. Montrer qu'une fois avoir attendu un temps suffisamment long, la charge du condensateur vaut $Q_{\text{chargé}} = C_{\text{air}} \times E$.

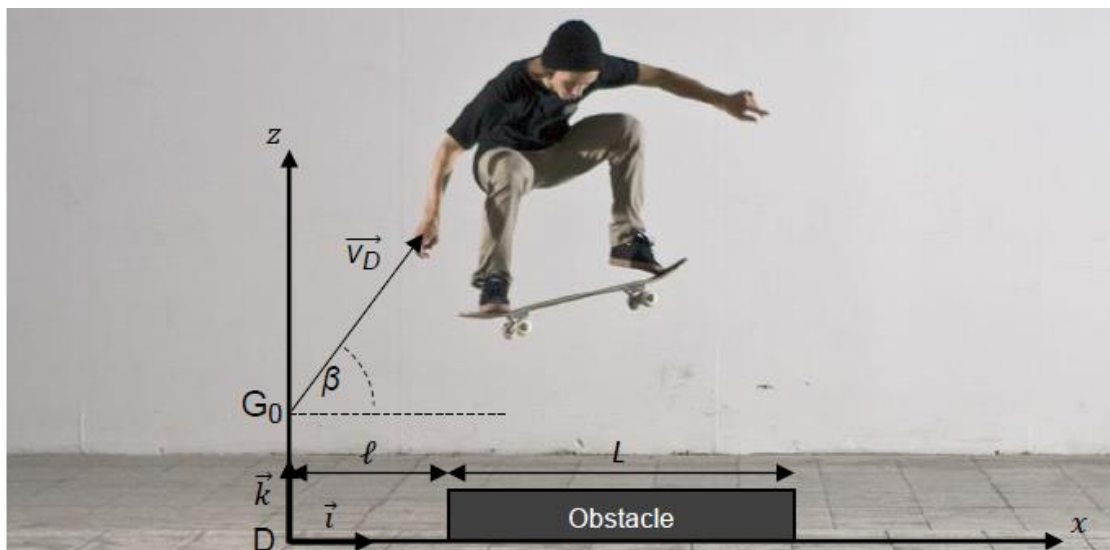
Exercice 4 : Extrait Bac 2023 Amérique du nord Jour 1: Le street - une pratique olympique

Un skateboarder effectue un saut : il décolle avec son skate à partir de sa position G_0 , on note sa vitesse initiale \vec{v}_D et β l'angle d'inclinaison du vecteur \vec{v}_D .

Équations horaires du skateur:

$$x(t) = V_D \times \cos\beta \times t$$

$$z(t) = \frac{1}{2} \times g \times t^2 + V_D \times \sin\beta \times t + z_0$$



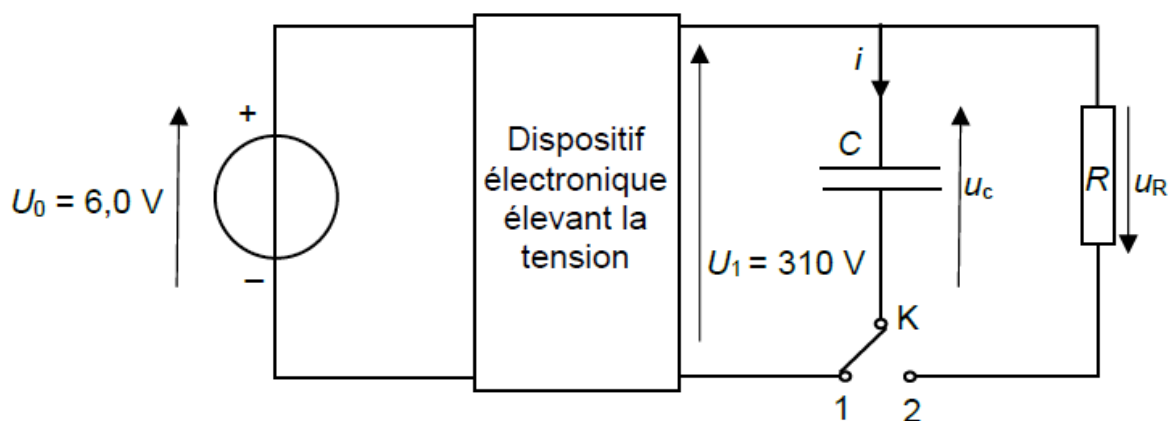
Données : $\ell = 0,70$ m et $L = 1,0$ m.

Un photographe amateur souhaite photographier le skateboarder pendant le saut décrit précédemment. Il est équipé d'un appareil photographique muni d'un flash (voir ci-contre).



Les éléments essentiels d'un flash sont le condensateur et le tube néon émettant un flash lumineux puissant lorsque le condensateur se décharge.

On peut représenter par un schéma électrique simplifié le fonctionnement du flash. L'interrupteur K permet la charge du condensateur de capacité C quand celui-ci est en position 1. Le déclenchement par le photographe bascule l'interrupteur sur la position 2 permettant ainsi la décharge du condensateur dans le tube néon considéré alors comme un conducteur ohmique de résistance R.



Q.13. Montrer que l'équation différentielle modélisant l'évolution de la tension u_c aux bornes du condensateur lors de sa décharge peut s'écrire :

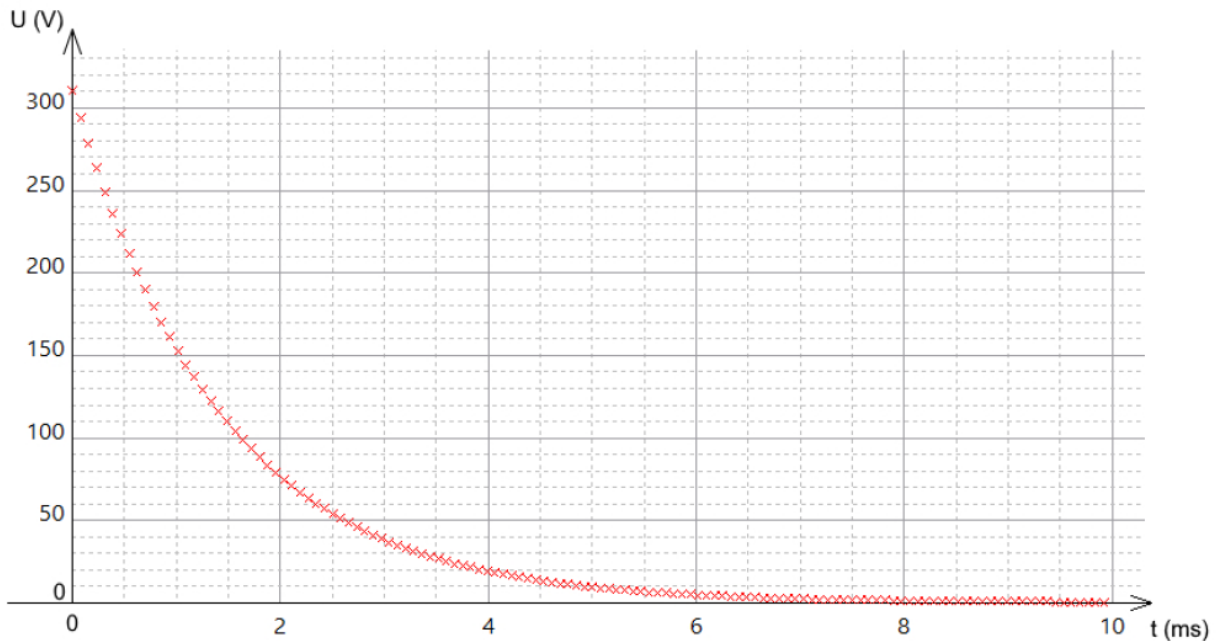
$$\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{\tau} u_c = 0$$

où τ est une constante.

Q.14. Vérifier que l'équation différentielle admet une solution de la forme $u(t) = A \cdot e^{-t/B}$. Exprimer les constantes A et B en fonction de paramètres du circuit électrique.

Q.15. Montrer que la constante τ est homogène à un temps.

On fournit la courbe de décharge du condensateur.



Q.16. Déterminer la valeur de la constante de temps τ en expliquant la méthode graphique employée.

La durée qui sépare le déclenchement de la photographie et la prise réelle de la photographie est d'environ 5τ , soit 7,5 ms. La photographie est déclenchée lorsque le skateboardeur passe en D. Le saut peut être décomposé en trois étapes : avant l'obstacle, au-dessus de l'obstacle, après l'obstacle. Pour cette étude on prendra : $v_D = 3,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $\beta = 50,7^\circ$.

Q.17. Déterminer parmi les trois étapes, celle qui est photographiée.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie même si elle n'a pas abouti.

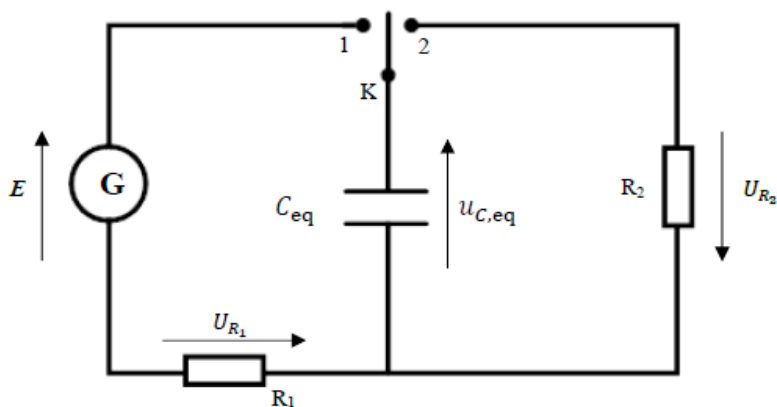


Figure 2 : schéma électrique simplifié de l'installation d'électro-fracturation

PARTIE A : Charge du condensateur équivalent

Dans cette partie, nous allons étudier la charge du condensateur équivalent de capacité C_{eq} pour déterminer l'énergie maximale stockée W_{max} . Le condensateur équivalent est initialement déchargé et l'on ferme l'interrupteur K en position 1 à l'instant $t = 0$ s.

- A.1. Établir l'expression liant la tension aux bornes du condensateur équivalent $u_{C,eq}$, celle aux bornes du conducteur ohmique u_{R_1} , et la tension aux bornes de l'alimentation E .
- A.2. Établir l'équation différentielle qui régit l'évolution de la tension $u_{C,eq}$, aux bornes du condensateur équivalent lors de la charge.
- A.3. Vérifier que la solution de cette équation différentielle s'écrit : $u_{C,eq}(t) = E \times (1 - e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}})$ et exprimer τ_{charge} en fonction de R_1 et C_{eq} .

Exercice 6 : Extrait Bac 2023 Métropole Jour 2: Modélisation d'un détecteur capacitif. d'humidité

Correctement calibré, un système d'arrosage automatique de végétaux permet un arrosage homogène, à un moment opportun et sans gaspillage d'eau. À cet effet, il peut être déclenché grâce à l'utilisation d'un détecteur capacitif d'humidité du sol.

L'objectif de cet exercice est d'étudier une modélisation simple d'un détecteur capacitif d'humidité puis de l'utiliser pour illustrer le principe d'une mesure de la teneur en eau d'un sol.

Données :

- dans cet exercice, le détecteur capacitif d'humidité est modélisé par un condensateur plan dont la capacité C varie en fonction de l'humidité du sol ;
- le condensateur est constitué de deux plaques (ou armatures) métalliques de surface S séparées d'une distance d plantées dans un sol de permittivité ϵ :

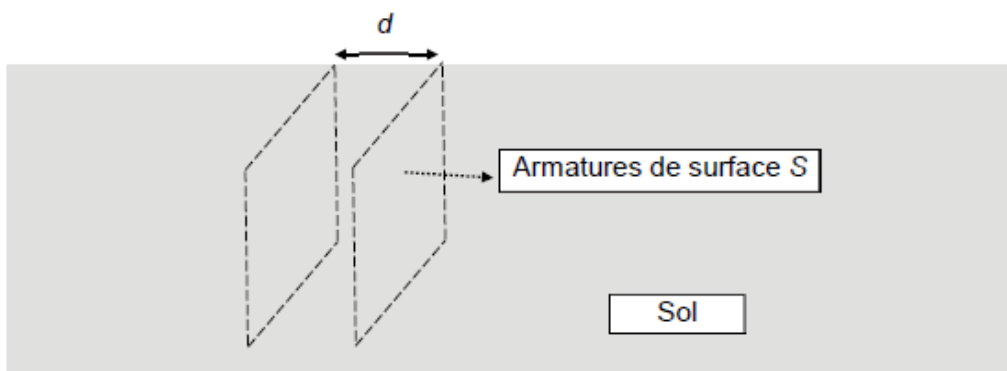
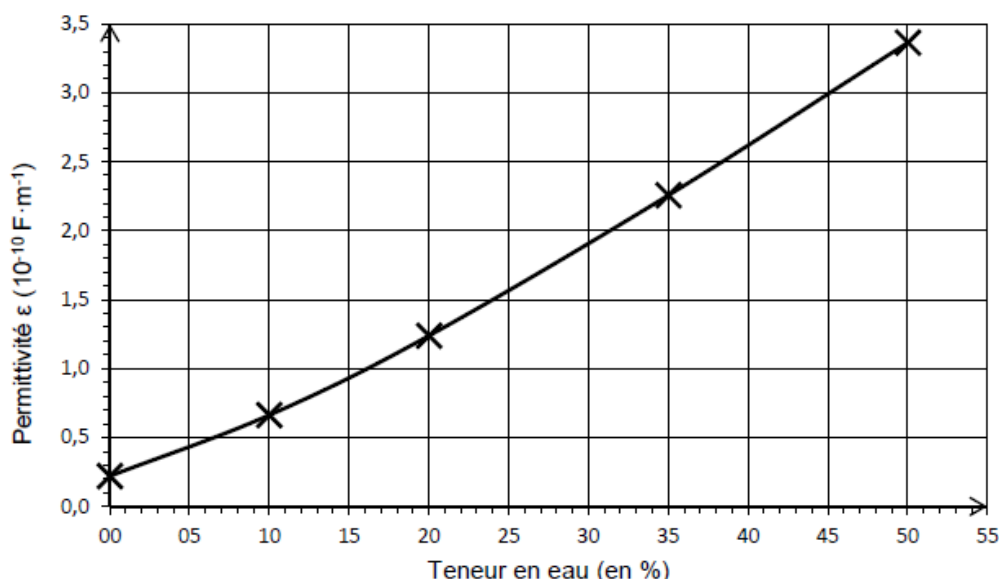


Figure 1. Schéma simplifié du condensateur d'un détecteur d'humidité

- la capacité C (en farad F) du condensateur s'exprime en fonction de la surface S (en m^2) de ses armatures, de la distance d (en m) qui les sépare et d'un paramètre caractéristique du sol appelé permittivité ϵ (en $F \cdot m^{-1}$) du sol par la relation :

$$C = \frac{\epsilon \cdot S}{d}$$

- on appelle « teneur en eau » le pourcentage volumique d'eau dans le sol ;
- on présente la courbe de la permittivité ϵ d'un sol argileux en fonction de sa teneur en eau :



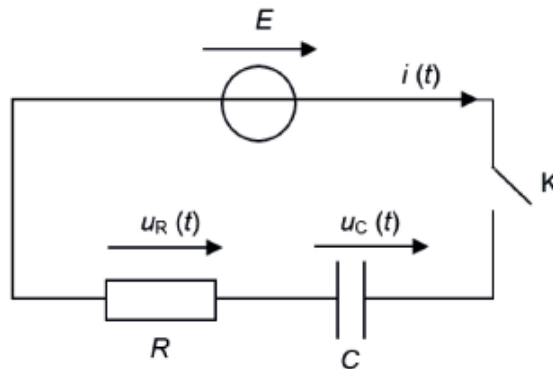
D'après www.hal.laas.fr

Figure 2. Permittivité du sol en fonction de la teneur en eau du sol

1. Modélisation de la charge du condensateur

Q1. Prévoir qualitativement le sens de variation de la capacité C du détecteur capacitif d'humidité quand la teneur en eau d'un sol argileux augmente.

Le condensateur de capacité C , modélisant le détecteur, est branché en série avec un générateur délivrant une tension constante E , un interrupteur K et un conducteur ohmique de résistance R . Le circuit ainsi constitué est modélisé par un circuit de type RC représenté ci-dessous :



À la date $t = 0$ s, le condensateur est déchargé et on ferme l'interrupteur. On souhaite établir l'expression de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur.

Q2. Montrer que la tension aux bornes du condensateur obéit à l'équation différentielle ci-dessous. Exprimer littéralement le temps caractéristique τ du circuit en fonction de R et de C .

$$\tau \times \frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

Q3. Vérifier que la fonction $u_C(t) = E \times \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ est solution de cette équation différentielle et qu'elle satisfait à la condition imposée à la date $t = 0$ s.

Q4. Montrer que la valeur de u_C à l'instant τ est approximativement : $u_C(\tau) = 0,63 \times E$.

2. Modélisation de la mesure de la teneur en eau d'un sol argileux

La mesure du temps caractéristique du circuit RC permet d'accéder à la valeur de la teneur en eau du sol. Cette mesure est réalisée à l'aide d'un microcontrôleur connecté au circuit RC décrit ci-dessus. Il permet entre autres :

- de commander des alternances charge – décharge du condensateur ;
- de mesurer la tension aux bornes du condensateur ;
- d'afficher, après calcul, la valeur de la teneur en eau.

Pour déterminer le temps caractéristique du circuit RC, on enregistre l'évolution temporelle de la tension aux bornes du condensateur à l'aide du microcontrôleur ; celui-ci relève 52 000 valeurs de la tension par seconde.

Pour que la mesure soit suffisamment précise, on doit disposer d'au moins 10 valeurs de tension aux bornes du condensateur avant d'atteindre le temps caractéristique du circuit RC.

Q5. Montrer que le temps caractéristique τ du circuit RC doit être au minimum de l'ordre de 200 μ s.

Le condensateur possède les caractéristiques géométriques suivantes : $S = 1,0 \times 10^{-1} \text{ m}^2$ et $d = 1,0 \times 10^{-2} \text{ m}$. La valeur de la résistance R du circuit est $R = 2,2 \times 10^5 \Omega$.

Q6. À l'aide de la contrainte sur le temps caractéristique τ du circuit RC, déterminer la teneur minimale en eau d'un sol argileux qu'il est possible de mesurer avec ce dispositif.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et doit être correctement présentée.

Le microcontrôleur réalise un traitement automatique des données s'appuyant sur un programme, écrit en langage Python, dont une partie est donnée ci-dessous :

```
1 # Arrosage automatique pour un sol argileux
2 E = 5.0
3 tension = 0 # définition de la tension aux bornes du condensateur
4 t_i = time.time() # définition de l'instant initial

5 while tension <  # boucle et condition
6 float tension = analogRead(A0) * (5.0 / 1023.0) # transforme la mesure du microcontrôleur en tension

7 t_f = time.time() # mesure de l'instant final
8 tau = t_f - t_i
9 print("valeur de tau en ms :", tau) # affichage d'une valeur sur l'écran
```

La commande « while » associée à une condition permet de créer une boucle qui répète la liste d'instructions qui suit, tant que la condition est satisfaite.

Q7. Indiquer l'objectif final de cet extrait de programme.

Q8. Recopier la ligne 5 du programme sur la copie et compléter la condition sur la valeur de la tension aux bornes du condensateur.

Le détecteur est inséré dans un sol argileux. Dans ce type de sol, la teneur en eau doit être comprise entre 24 % et 38 % pour qu'une plante puisse y avoir une croissance normale.

Le programme renvoie le résultat suivant :

valeur de tau en ms : 0,28676887987

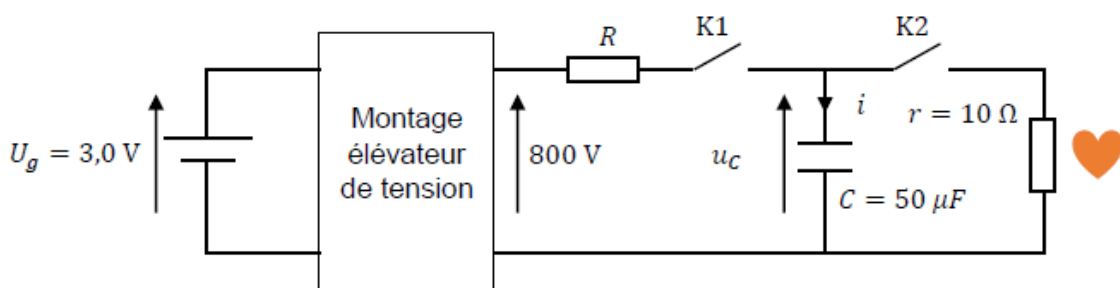
Q9. Déterminer si la teneur en eau mesurée dans ce sol argileux est suffisante pour y assurer une croissance normale d'une plante.

Exercice 7 : Extrait Bac Amérique du sud 2022 Jour 1: Défibrillateur cardiaque implantable

La défibrillation est une méthode utilisée afin de régulariser le rythme cardiaque. Elle consiste à appliquer un « choc électrique » très bref au cœur du patient. Un défibrillateur interne est un petit boîtier qui est implanté dans le thorax du patient. Ce boîtier comporte trois éléments fondamentaux :

- une pile au lithium permettant l'apport d'énergie nécessaire au fonctionnement du dispositif. Cette pile délivre une tension à vide $U_g = 3,0 \text{ V}$;
- des circuits électroniques permettant, entre autres choses, d'analyser le rythme cardiaque du patient, de reconnaître des troubles et de déclencher un choc en cas de nécessité ;
- des condensateurs qui permettent de stocker l'énergie qui sera délivrée lors d'un choc ;
- des électrodes qui relient le dispositif au cœur du patient.

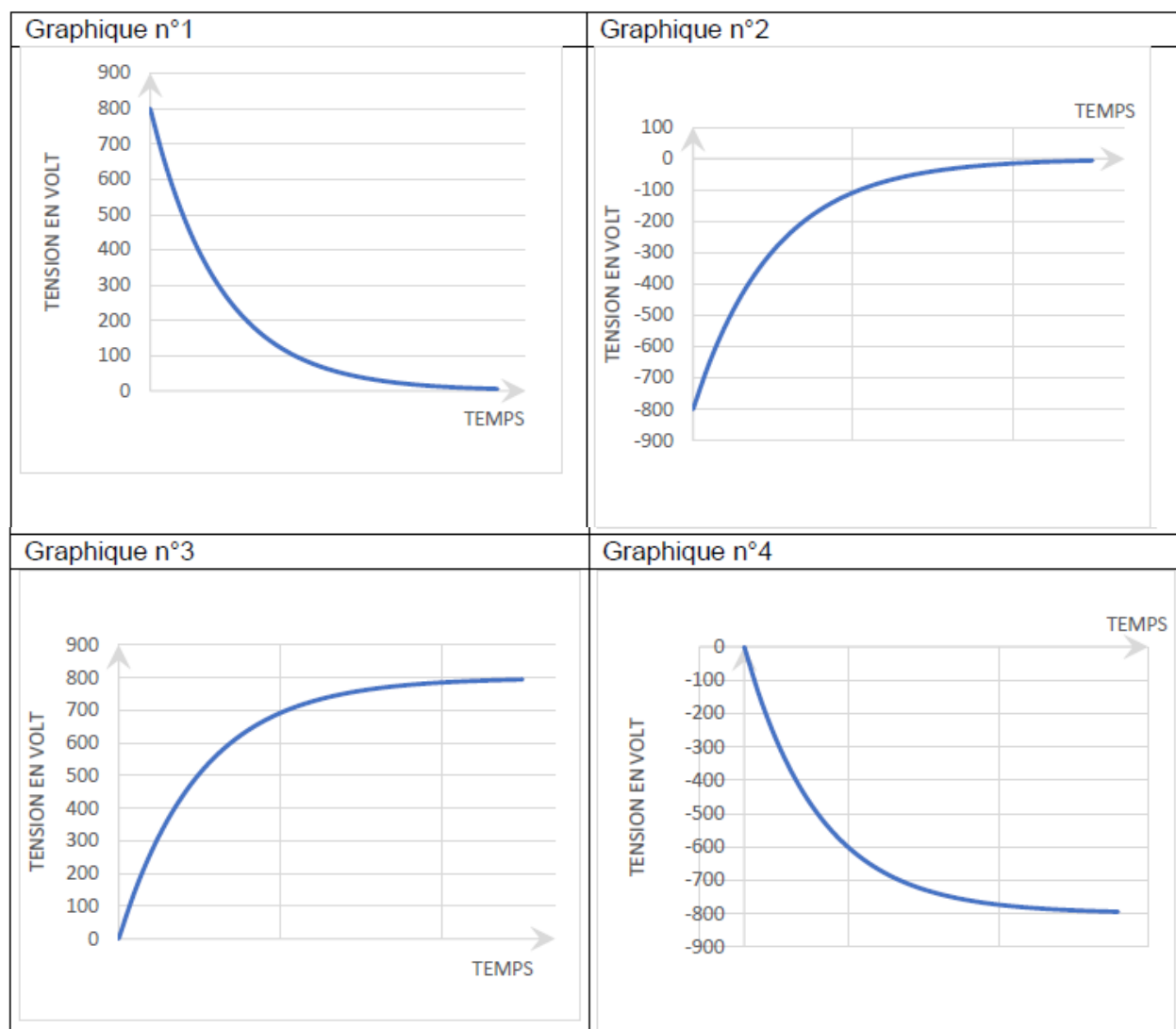
Le défibrillateur peut être modélisé par le circuit ci-dessous.



Le fonctionnement du défibrillateur se décompose en deux phases :

- dans la première phase, l'interrupteur K1 est fermé pendant que K2 est ouvert ; au début de cette phase, pris comme origine des temps, le condensateur est déchargé ;
- dans la seconde phase, l'interrupteur K2 est fermé pendant que K1 est ouvert ; c'est dans cette phase que le choc a lieu. La résistance r modélise le comportement électrique du cœur.

1. Les quatre graphiques à la page suivante représentent des évolutions possibles de la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps. Déterminer celui qui correspond à la première phase de fonctionnement en justifiant la réponse.



À l'issue de la première phase, la charge du condensateur étant terminée, on passe à la deuxième phase de fonctionnement.

- Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t)$ lors de cette seconde phase.
- À la date t_1 l'interrupteur K2 est fermé. Vérifier que la solution de cette équation différentielle peut s'écrire sous la forme :

$$u_C(t) = A \cdot \exp\left(-\frac{(t - t_1)}{\tau}\right).$$

Exprimer le temps caractéristique τ en fonction de r et C et calculer sa valeur.

- Déterminer la valeur du paramètre A sachant qu'à l'instant $t = t_1$, la tension aux bornes du condensateur $u_C(t_1)$ vaut 800 V.
- Estimer la durée approximative du « choc électrique ». Commenter.
- Donner l'allure de la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps lors d'un cycle complet charge – décharge du condensateur.

Exercice 8 : Bac Métropole 2021 Exercice B: Un système de détection de passager.

Pour renforcer la sécurité routière, les voitures sont équipées d'un système de détection de la présence d'un passager pour lui signaler si sa ceinture de sécurité est bien attachée.

Dans le cadre d'un projet scientifique, un groupe d'élèves réalise un système de détection semblable à celui d'une voiture. Il est composé d'un capteur de pression capacitif « artisanal » associé à un microcontrôleur.

Le condensateur « artisanal » est constitué de deux feuilles d'aluminium séparées par une feuille de papier isolante. Lorsqu'un objet de masse m est posé dessus, il exerce une pression sur les deux feuilles d'aluminium et les déforme, ce qui modifie la capacité électrique du condensateur « artisanal ». Après un traitement numérique des signaux électriques, le microcontrôleur peut détecter la présence de l'objet.



Figure 1. Schéma de l'installation d'un capteur capacitif dans l'assise d'un siège de voiture



Figure 2. Photographie d'une face du capteur de pression capacitif « artisanal »

L'objectif de cet exercice est d'illustrer le principe de fonctionnement d'un tel capteur.

1. Étude du capteur de pression capacitif « artisanal »

Le capteur de pression capacitif « artisanal » est représenté en coupe à la figure 3.

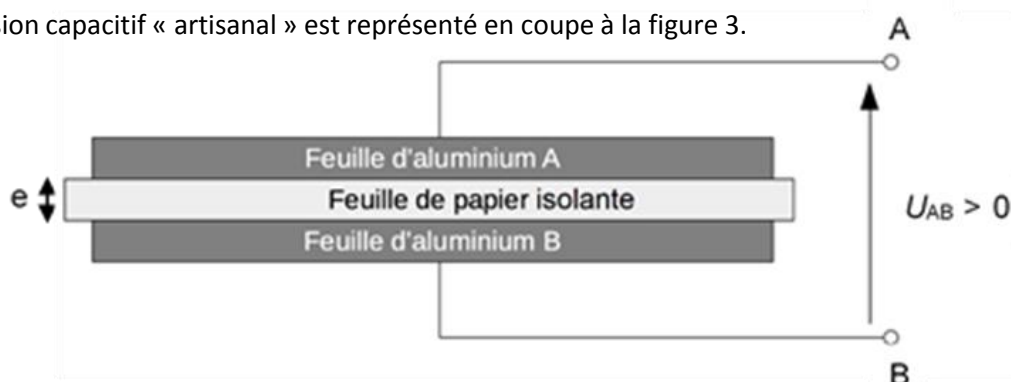


Figure 3. Schéma de la vue en coupe du capteur de pression « artisanal »

1.1. Justifier l'utilisation de l'adjectif « capacitif » dans l'expression « capteur de pression capacitif » couramment utilisée pour désigner ce genre de capteurs.

1.2. Si le capteur est soumis à une tension positive constante U_{AB} entre ses bornes A et B, des charges électriques apparaissent sur chacune des feuilles, notées Q_A sur la feuille d'aluminium A et Q_B sur la feuille d'aluminium B. On note C la capacité électrique de ce capteur. Donner l'expression littérale de la charge Q_A puis celle de la charge Q_B en fonction de C et U_{AB} .

Un premier essai est conduit sans qu'aucune pression ne soit exercée sur le capteur (figure 5). Le microcontrôleur mesure la tension $u_C(t)$ au cours du temps aux bornes du capteur capacitif. Un second essai est réalisé au cours duquel une masse (ici un verre rempli d'eau) est posée sur le capteur (figure 6). De nouveau, on mesure la tension $u_C(t)$ au cours du temps aux bornes du capteur capacitif.

Données :

- tension du générateur idéal : $E = 5 \text{ V}$;
- résistance du conducteur ohmique : $R = 10 \text{ M}\Omega$;
- épaisseur de la feuille de papier isolante sans pression : $e = 1,0 \times 10^{-4} \text{ m}$.

Les séries de mesures, obtenues lors de ces deux essais, sont présentées sur le même graphique ci-dessous (figure 7). La date $t = 0 \text{ s}$ correspond au passage du commutateur de la position 1 à 2 (figure 4).

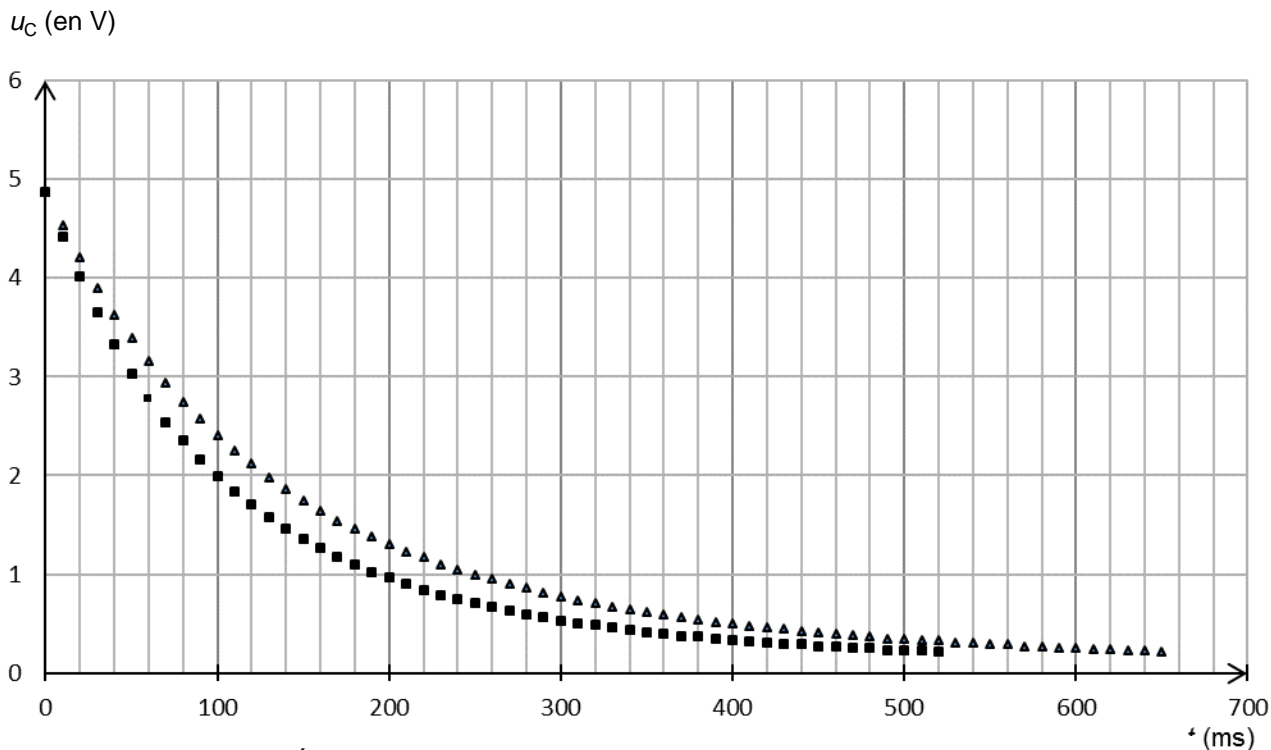


Figure 7. Évolution de u_C mesurée en fonction du temps lors des deux essais.

3.1. Parmi les deux séries de mesures précédentes, représentées soit par ▲ soit par ■, associer celle qui correspond au dispositif sans pression et celle qui correspond au dispositif avec pression. Justifier.

On considère que la variation de capacité électrique ΔC est liée à la variation d'épaisseur Δe par la relation :

$$\frac{\Delta C}{C} = \frac{\Delta e}{e}$$

3.2. Déterminer la valeur de la variation d'épaisseur Δe , après avoir évalué la variation de capacité électrique ΔC .