EXTRAIT BAC 1 (PYTHON)

1. Étude et utilisation des lois de Kepler

Donnée :

- valeur de l'unité astronomique (au, *astronomical unit*) : 1 au = $1,496 \times 10^{11}$ m.

En 1600, Kepler devient l'assistant de l'astronome danois Tycho Brahe. Celui-ci le charge d'étudier la trajectoire de Mars et de déterminer son orbite à l'aide des observations astronomiques et des mesures qu'il a lui-même effectuées. Cette tâche, longue et délicate, conduit Kepler à envisager une trajectoire elliptique pour Mars. Il publie ses deux premières lois en 1609, puis la troisième loi en 1618.

D'après La science moderne : de 1450 à 1800, de René Taton

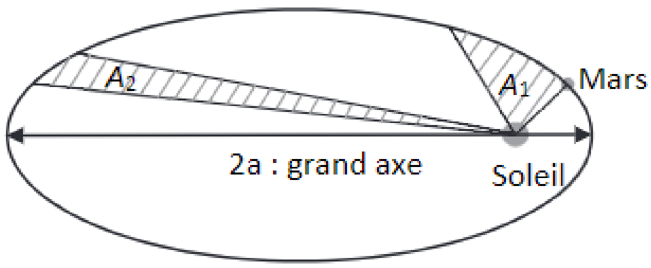


Figure 1. Trajectoire elliptique de Mars dans le référentiel héliocentrique (échelle non respectée).
Les aires A_1 et A_2 sont balayées pendant des durées égales.

Le référentiel d'étude est le référentiel héliocentrique supposé galiléen : son origine est au centre du Soleil et ses axes pointent vers des étoiles lointaines.

Q1. Énoncer les deux premières lois de Kepler. En exploitant la deuxième loi et le schéma de la figure 1, justifier que le mouvement de Mars dans le référentiel héliocentrique n'est pas uniforme.

Les périodes de révolution T (en année) et les demi-grands axes a (en unité astronomique) des trajectoires des planètes du système solaire (à l'exception de Mars) sont saisies dans un programme écrit en langage Python, afin de vérifier la troisième loi de Kepler. Un extrait de ce programme est donné sur la figure 2.

```
# Importation des bibliothèques utilisées
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.optimize import curve_fit

# Définition des constantes : 1 unité astronomique, notée au (en m) et 1 année, notée an (en secondes)
au = 1.496*10**11
an = 

# Création des tableaux de données d'affichage
a = np.array([0.38,0.72,1,5.20,9.54,19.2,30.1])          # a : demi-grand axe, exprimé en au
T = np.array([0.241,0.615,1,11.86,29.46,84.02,165])      # T : période de révolution, exprimée en années
am = a*au
Ts = T*an

acube = am**3          # 
Tcarre = Ts**2         # 
```

Figure 2. Extrait de programme en langage Python ayant pour but de vérifier la troisième loi de Kepler

Le programme permet d'obtenir une représentation graphique dont un zoom est proposé en figure 3.

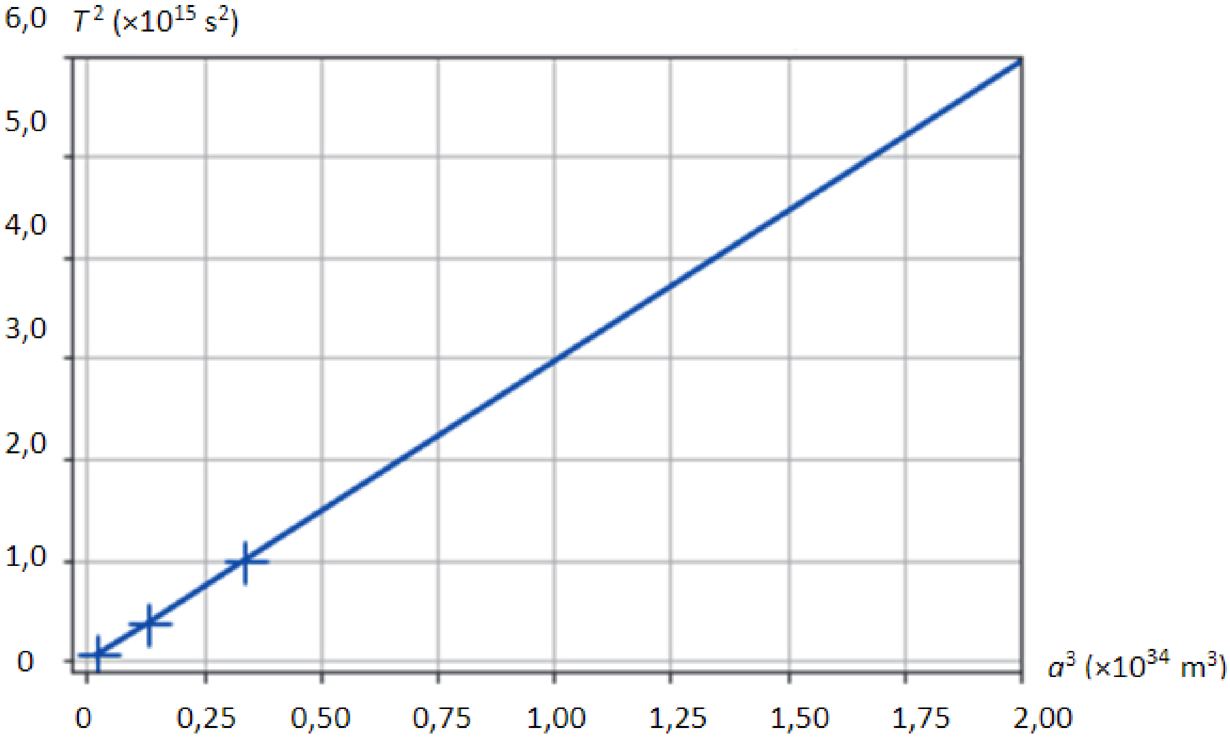


Figure 3. Modélisation graphique de la 3ème loi de Kepler

Dans le tableau 1 sont regroupés les périodes de révolution (en s) et les demi-grands axes (en m) des trajectoires des planètes du système solaire (à l'exception de Mars).

	Mercure	Vénus	Terre	Jupiter	Saturne	Uranus	Neptune
T (en s)	$7{,}6\times10^{6}$	$1{,}9\times10^{7}$	$3{,}2\times10^{7}$	$3{,}7\times10^{8}$	$9{,}3\times10^{8}$	$2{,}6\times10^{9}$	$5{,}2\times10^{9}$
a (en m)	$5{,}7\times10^{10}$	$1{,}1\times10^{11}$	$1{,}5\times10^{11}$	$7{,}8\times10^{11}$	$1{,}4\times10^{12}$	$2{,}9\times10^{12}$	$4{,}5\times10^{12}$

Tableau 1. Périodes de révolution et demi-grands axes des trajectoires des planètes (*d'après https://cnes.fr)*

Q2. Recopier sur la copie la ligne 8 du programme et la compléter.

Q3. Proposer sur la copie un commentaire en précisant la finalité des lignes 16 et 17 du programme et les unités des grandeurs calculées.

Q4. Commenter la figure 3 au regard des lois de Kepler.

À partir des relevés de Tycho Brahe, Kepler a pu déterminer que la période de révolution de Mars, notée T_{Mars}, était de 687 jours.

Q5. Déterminer la valeur du demi-grand axe de l'orbite de Mars, noté a_{Mars}, et justifier qu'elle correspond à la quatrième planète du système solaire en partant du Soleil.

EXTRAIT BAC 2

Les anneaux de Saturne semblent continus depuis la Terre. En réalité, ils sont constitués de morceaux de glace et de poussières dont la taille maximale est de l'ordre de quelques centaines de mètres. Chacun de ces morceaux, tout comme les lunes en orbite autour de Saturne, obéissent aux lois du mouvement d'un satellite dans un champ de gravitation.

Données

- Rayon de Saturne : $R_S = 58{,}2 \times 10^3$ km
- Rayon intérieur du premier anneau : $r_{int} = 6{,}69 \times 10^4$ km
- Rayon extérieur du premier anneau : $r_{ext} = 7{,}45 \times 10^4$ km
- Rayon extérieur du dernier anneau : $R_{ext} = 1{,}36 \times 10^5$ km
- Rayon de l'orbite de Janus : $R_J = 1{,}51 \times 10^5$ km
- Constante de gravitation universelle : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ $m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}$

La vitesse v, constante, d'un satellite de masse m en orbite circulaire autour de Saturne est donnée par la relation :

$$v = \sqrt{\frac{G \times M_S}{r}} \qquad \textbf{(relation 1)}$$

où r est le rayon constant de l'orbite du satellite et M_S la masse de Saturne.

13. Retrouver la **relation 1** en utilisant la deuxième loi de Newton et la loi d'interaction gravitationnelle.

14. Montrer que l'expression de la vitesse du satellite permet de retrouver la troisième loi de Kepler qui relie la période T du satellite au rayon r de son orbite : $T^2 = k \times r^3$ avec $k = \frac{4\pi^2}{G \times M_S}$.

15. Déterminer la masse de Saturne sachant que la période de révolution de Janus est de 17 h.

16. Justifier qualitativement que tous les corps du premier anneau ne tournent pas à la même vitesse autour de Saturne.

17. Déterminer le nombre de tours effectués par la bordure interne du premier anneau, située à la distance r_{int}, pendant que la bordure externe du dernier anneau, située à R_{ext}, réalise un tour complet.

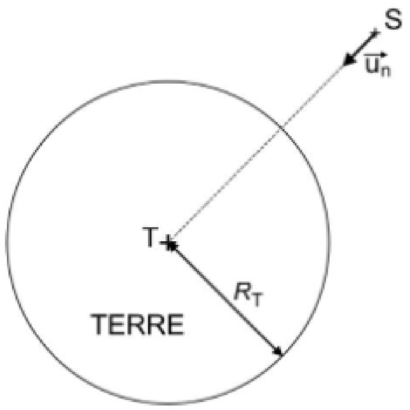
EXTRAIT BAC 3

EarthCARE (Earth Clouds, Aerosols and Radiation Explorer) est un satellite d'observation de l'atmosphère terrestre faisant partie du programme Living Planet de l'ESA (European Space Agency). L'un des objectifs de cette mission est d'améliorer notre compréhension du bilan radiatif de la Terre et de ses effets sur le climat. Son lancement est prévu pour 2023. Le satellite effectuera environ 16 fois le tour de la Terre chaque jour.

D'après *Wikipédia.*

Données :

- constante de gravitation universelle : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N·m²·kg^{-2} ;
- masse de la Terre : $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg ;
- rayon de la Terre : $R_T = 6{,}37 \times 10^{3}$ km ;
- on considère que le satellite EarthCARE (noté S, de masse M_S) supposé ponctuel est en mouvement circulaire autour de la Terre à une altitude h = 390 km.



Q.5. Exprimer la force d'interaction gravitationnelle $\overrightarrow{F_{T/S}}$ que la Terre exerce sur le satellite, en fonction notamment du vecteur unitaire $\overrightarrow{u_n}$, de la masse de la Terre M_T, de la masse du satellite M_S, du rayon de la Terre R_T et de l'altitude h.

Q.6. En appliquant la seconde loi de Newton et en utilisant le repère de Frenet, montrer que le mouvement du satellite est uniforme.

Q.7. Montrer que la valeur de la vitesse v du satellite est donnée par la relation :

$$v = \sqrt{\frac{G \times M_T}{R_T + h}}$$

Q.8. Déduire des questions précédentes que la période de révolution du satellite est donnée par la relation :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G \times M_T}}$$

Q.9. Calculer la valeur de la période de révolution T et déterminer si cette valeur est en accord avec la phrase d'introduction : « Le satellite effectuera environ 16 fois le tour de la Terre chaque jour. »

EXTRAIT BAC 4

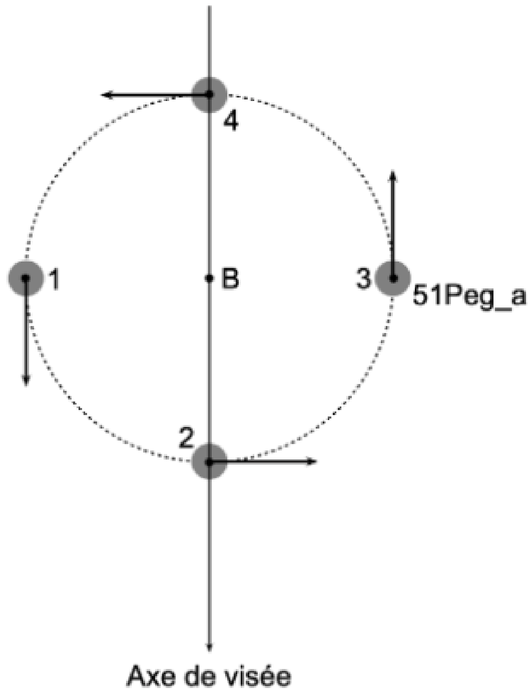
En 2019, Michel Mayor et Didier Queloz obtiennent le prix Nobel pour la découverte en 1995 d'une exoplanète, nommée 51Peg_b, orbitant autour d'une étoile de type solaire, nommée 51Peg_a.

Données :

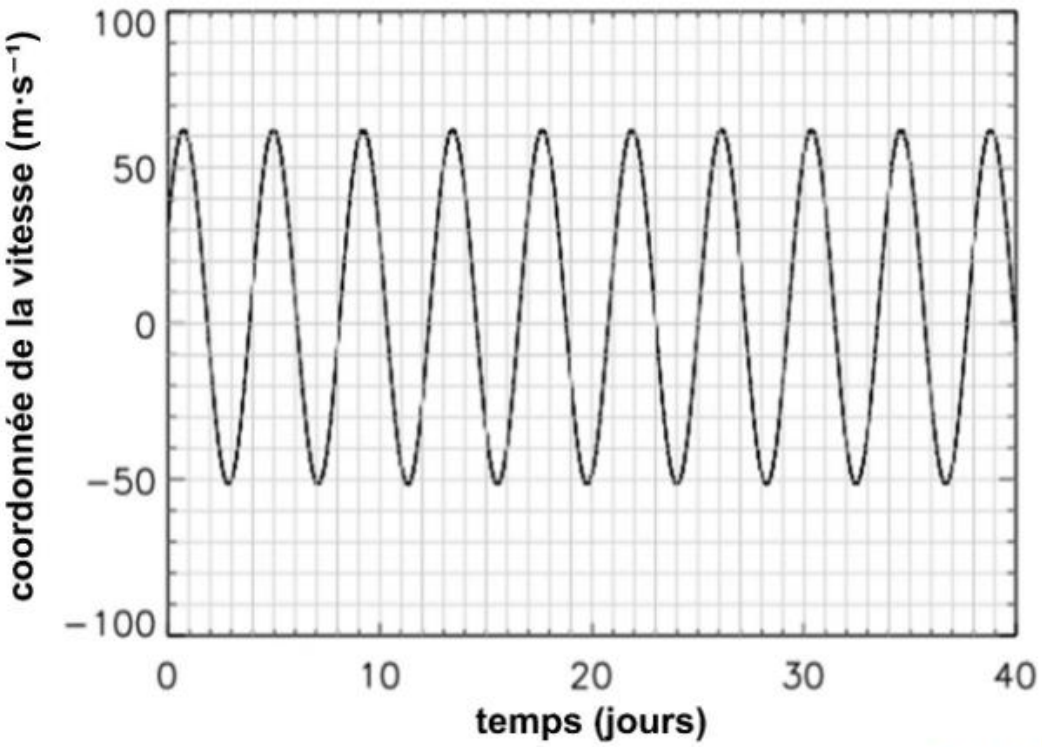
- distance entre la Terre et l'étoile 51Peg_a : $D_{Terre\text{-}51Peg\_a} = 4{,}53 \times 10^{17}$ m ;
- masse de l'étoile 51Peg_a : $M_{51Peg\_a} = 1{,}89 \times 10^{30}$ kg ;
- masse du Soleil : $M_{Soleil} = 1{,}989 \times 10^{30}$ kg ;
- constante de gravitation universelle : $G = 6{,}6742 \times 10^{-11}$ $m^3 \cdot s^{-2} \cdot kg^{-1}$.

A. Étude du système double 51Peg

Dans le cas du système double, constitué de l'exoplanète 51Peg_b et de son étoile 51Peg_a, les deux astres orbitent chacun autour du centre de masse B du système double. L'étoile 51Peg_a est animée d'un mouvement circulaire uniforme autour de B qui se manifeste par une variation de la coordonnée de son vecteur-vitesse selon l'axe de visée. Sur la figure suivante, le vecteur-vitesse de l'étoile est représenté par une flèche. Sa coordonnée selon l'axe de visée est : positive et maximale pour la position 1 ; nulle pour les positions 2 et 4 ; négative et minimale pour la position 3.



On détecte la variation de la coordonnée de ce vecteur-vitesse à travers l'effet induit sur le spectre lumineux de l'étoile. Cette coordonnée varie de façon périodique : la période correspond également à la période de révolution de l'exoplanète autour de son étoile.



Source : ufe.obspm.fr

A.1. Mesurer, avec le plus de précision possible, la période de révolution T de l'exoplanète 51Peg_b autour de son étoile.

Le mouvement de 51Peg_b autour de son étoile est un mouvement circulaire uniforme vérifiant la troisième loi de Kepler. Par application de cette loi, on montre que la valeur de la distance r séparant la planète 51Peg_b de son étoile est égale à $7{,}5 \times 10^6$ km.

A.2. Choisir, en argumentant, parmi les quatre expressions suivantes celle qui correspond à la troisième loi de Kepler pour la situation étudiée. L'argumentation devra s'appuyer notamment sur une analyse dimensionnelle.

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_{51Peg\_a}} \qquad \frac{T^2}{r^3} = \frac{G \cdot M_{51Peg\_a}}{4\pi^2} \qquad \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_{Soleil}} \qquad \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2 G}{M_{51Peg\_a}}$$

A.3. Retrouver la valeur de la distance r séparant la planète 51Peg_b de son étoile.

Dans le système solaire, la planète Mercure est la plus proche du Soleil. Elle décrit une orbite quasi-circulaire de rayon égal à $5{,}8 \times 10^7$ km en 88 jours.

A.4. Comparer les caractéristiques du système double constitué de l'exoplanète 51Peg_b et son étoile 51Peg_a à celles du système Mercure-Soleil.