Correction exercices chapitre 18 : Circuit RC

Exercice 1 : → voir à l'avant-dernière page.

Exercice 2 :

Q1. $U_G - u_R - u_C = 0$ ou $U_G = u_R + u_C$

Q2. $U_G = u_R + u_C$

$$U_G = Ri + u_C$$

$$U_G = RC\frac{du_C}{dt} + u_C$$

$$\frac{U_G}{RC} = \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_C$$

Q3. $u_C = U_G(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{U_G}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\frac{U_G}{RC} = \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_C$$

$$\frac{U_G}{RC} = \frac{U_G}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{RC}U_G(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$\cancel{\frac{U_G}{RC}} = \frac{U_G}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \cancel{\frac{U_G}{RC}} - \frac{U_G}{RC}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\frac{U_G}{\tau}\cancel{e^{-\frac{t}{\tau}}} = \frac{U_G}{RC}\cancel{e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

$$\tau = RC$$

Conclusion : Si $\tau = RC$ alors la fonction $u_C = U_G(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ est solution de l'équation différentielle

Q4. Méthode 1 :

$u_C(\tau) = 0{,}63\, U_{C\,MAX}$

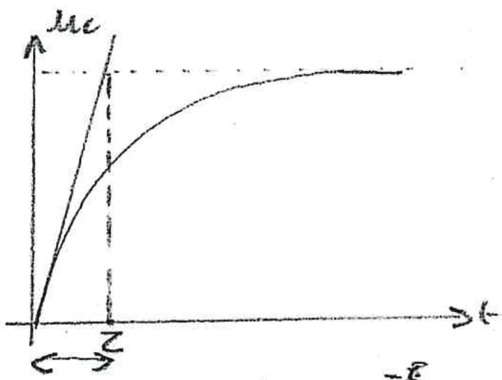
$U_{C\,MAX}$ en cm → 10,1 cm

0,63 × $U_{C\,MAX}$ en cm → 0,63 × 10,1 = 6,4 cm

lecture graphique : τ en cm → 2,6 cm

$$\left.\begin{array}{l} \tau \leftrightarrow 2{,}6\text{ cm} \\ 0{,}00060 \leftrightarrow 16{,}8\text{ cm} \end{array}\right\} \tau = \frac{2{,}6 \times 6{,}0\times10^{-4}}{16{,}8} = 9{,}3\times10^{-5}\text{ s}$$

Méthode 2 :



2,6 cm ⇒ $9{,}3\times10^{-5}$ s

Q5. $\tau = RC$

$$C = \frac{\tau}{R} = \frac{9{,}3\times10^{-5}}{10\times10^{6}} = 9{,}3\times10^{-12}\text{ F}$$

Q6. $$C = \frac{\varepsilon \times S}{d} = \frac{8{,}85\times10^{-12}\times10{,}0\times10^{-4}}{1{,}0\times10^{-3}} = 8{,}85\times10^{-12}\text{ F}$$

Exercice 3 :

3.1. $E - u_R - u_C = 0$ ou $E = u_R + u_C$

3.2. $i = \dfrac{dq}{dt}$ ← A, ← s ; i en A

3.3 $E = u_R + u_C$

$E = Ri + u_C$

$$E = R\frac{dq}{dt} + u_c$$

or $q = C_{air} u_c$

et $\frac{dq}{dt} = C_{air} \times \frac{du_c}{dt}$

$$E = RC_{air}\frac{du_c}{dt} + u_c \quad \text{car } C_{air} = cste$$

d'où $$\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{RC_{air}} u_c = \frac{E}{RC_{air}}$$

B.4.1.

- $u_c(t) = E(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$
- $\frac{du_c}{dt} = \frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{RC_{air}} \times u_c = \frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{RC_{air}} \times E(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$= \frac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{RC_{air}} - \frac{E}{RC_{air}} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= \frac{E}{RC_{air}} \quad \text{si } \tau = RC_{air}$$

Si $\tau = RC_{air}$ alors la fonction $u_c(t) = E(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$ est bien solution de l'équation différentielle.

B.4.2. $\tau = R \times C_{air}$: temps caractéristique (ou constante de temps)

B.5. $q(t) = C_{air} \times u_c(t)$

$q(t_\infty) = C_{air} \times u_c(t_\infty)$

$$Q_{chargé} = C_{air} \times E(1 - e^{-\frac{t_\infty}{\tau}}) = C_{air} \times E$$

Exercice 4:

Q.13

$$u_R + u_c = 0$$

$$Ri + u_c = 0$$

$$RC\frac{du_c}{dt} + u_c = 0$$

$$\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{RC}u_c = 0$$

$$\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{\tau}u_c = 0 \quad \text{avec } \tau = RC$$

Q.14. $u_c(t) = A e^{-\frac{t}{B}}$

$$\frac{du_c}{dt} = -\frac{A}{B}e^{-\frac{t}{B}}$$

$$\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{\tau}u_c = 0$$

$$\underbrace{-\frac{A}{B}e^{-\frac{t}{B}} + \frac{1}{\tau}Ae^{-\frac{t}{B}}}_{= 0 \text{ si } B = \tau} = 0$$

<u>conclusion</u>: la solution de l'équation différentielle est de la forme $u_c(t) = Ae^{-\frac{t}{B}}$ si $B = \tau$

<u>Valeur de A</u>: $\left.\begin{array}{l} u_c(0) = A e^{-\frac{0}{B}} = A \\ \text{or à } t=0 \; u_c(0) = U_1 \end{array}\right\}$ donc $A = U_1$

Conclusion: $u_c(t) = U_1 e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec $\tau = RC$

Q15: $\tau = RC : \Omega \times F$

or $R = \frac{U}{I}$ et $q = C u_c$ $C = \frac{q}{u_c}$

$$\tau \rightarrow \frac{V}{A} \times \frac{C}{V} = \frac{C}{A}$$

(C = coulomb)

or $i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow dq = i \times dt$

donc $\tau \rightarrow \frac{A \times s}{A} = \underline{\underline{s}}$

Q16: 1ère méthode:

Décharge du condensateur: $\rightarrow u_c(\tau) = 0{,}37 \times U_0$

U_0 en cm $\rightarrow$ 10,9 cm

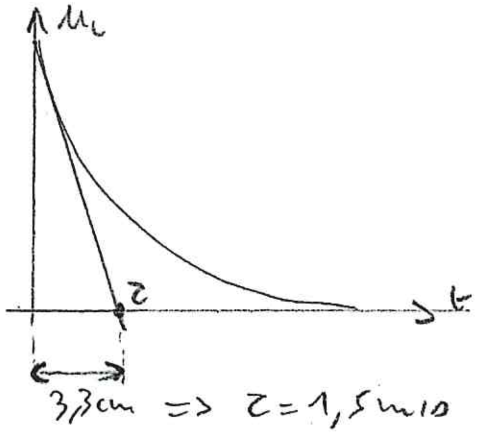
$0{,}37 \times U_0$ en cm $\rightarrow 0{,}37 \times 10{,}9 = 4{,}0$ cm

par lecture graphique $\rightarrow \tau$ en cm : 3,3 cm

$\tau \leftrightarrow$ 3,3 cm
10,0 ms $\leftrightarrow$ 22,1 cm

$$\tau = \frac{10{,}0 \times 3{,}3}{22{,}1} = 1{,}5 \text{ ms}$$

2ème méthode:



3,3 cm $\Rightarrow \tau = 1{,}5$ ms

Q 17.

La photo est prise à la date 7,5ms ← t_1

Position x du skateborder à la date 7,5ms

$$x(t_1) = V_D \times \cos\beta \times t_1 = 3{,}5 \times \cos 50{,}7 \times 7{,}5 \times 10^{-3} = 0{,}017\,m$$

$x(t_1) = 0{,}017\,m << l\,(0{,}70\,m)$ donc la photo sera prise pendant l'étape Avant l'obstacle.

Exercice 5:

A.1. $E - u_{c,eq} - u_{R1} = 0$ ou $E = u_{c,eq} + u_{R1}$

A.2 $E = u_{c,eq} + u_{R1}$

$E = u_{c,eq} + R_1 \times i$

$E = u_{c,eq} + R_1 \times C_{charge} \dfrac{du_{c,eq}}{dt}$

A.3 • $u_{c,eq}(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}})$

• $\dfrac{du_{c,eq}}{dt} = \dfrac{E}{\tau_{charge}} e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}}$

• $u_{c,eq} + R_1 \times C_{charge} \dfrac{du_{c,eq}}{dt} = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}}) + R_1 \times C_{charge} \times \dfrac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}}$

$= E - E e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}} + \overbrace{R_1 \times C_{charge}}^{=\tau} \dfrac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}}$

$= E$

conclusion: la fonction $u_{c,eq}(t)$ est bien solution de l'équation différentielle

Exercice 6 :

Q1 : quand la teneur en eau augmente

alors ε augmente d'après le graphe

alors C augmente car $C = \dfrac{\varepsilon S}{d}$ S et d > 0

Q2 : $E - u_R - u_C = 0$

$E = u_R + u_C$

$E = R \times i + u_C$

$E = RC\dfrac{du_C}{dt} + u_C$

$E = \tau \times \dfrac{du_C}{dt} + u_C$ avec $\tau = RC$

Q3 : • $u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

• $\dfrac{du_C}{dt} = + \dfrac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$

• $E = \tau \times \dfrac{du_C}{dt} + u_C$

$E = \tau \times \dfrac{E}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$E = \cancel{E e^{-\frac{t}{\tau}}} + E - \cancel{E e^{-\frac{t}{\tau}}}$

$E = E$

Donc la fonction $u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ est solution de l'équation différentielle.

$u_C(0) = E(1 - e^{-\frac{0}{\tau}}) = 0\,V$, valeur cohérente car à t = 0 s le condensateur est déchargé.

Q4. $u_C(\tau) = E(1 - e^{-\frac{\tau}{\tau}})$

$u_C(\tau) = E(\underbrace{1 - e^{-1}})$

$u_C(\tau) = E \times 0,63$

Q5. 52 000 valeurs $\leftrightarrow$ 1 s
10 valeurs $\leftrightarrow$ τ s

$\tau = \frac{10}{52000} = 1,9 \times 10^{-4}$ s
$= 1,9 \times 10^{2}$ µs

Q6. Il faut déterminer ε puis effectuer une lecture graphique pour connaître la teneur en eau minimale.

$\tau = RC$

$\tau = R \times \frac{\varepsilon S}{d}$

$\varepsilon = \frac{\tau \times d}{RS} = \frac{2,0 \times 10^{2} \times 10^{-6} \times 1,0 \times 10^{-2}}{2,2 \times 10^{5} \times 1,0 \times 10^{-1}} = 9,1 \cdot 10^{-11}$ F.m^{-1}
$= 0,91 \times 10^{-10}$ F.m^{-1}

par lecture graphique, on lit $\simeq$ 15 %

rq: On cherche la teneur <u>minimale</u> en eau et il est précisé que τ doit être au <u>minimum</u> de $\underbrace{200\,\mu s}_{\Delta t_1}$ donc:

$\tau > 200\,\mu s$

$\tau > \Delta t_1$

$RC > \Delta t_1$

$R \frac{\varepsilon S}{d} > \Delta t_1$

$\varepsilon > \frac{d \times \Delta t_1}{RS}$

$\varepsilon > 0,91 \times 10^{-10}$ F.m^{-1}

$\Rightarrow$ teneur en eau $\geq$ 15 %

Q7. calculer τ

Q8. while tension < 0,63 × E
(la boucle s'arrête qd $t = \tau$)

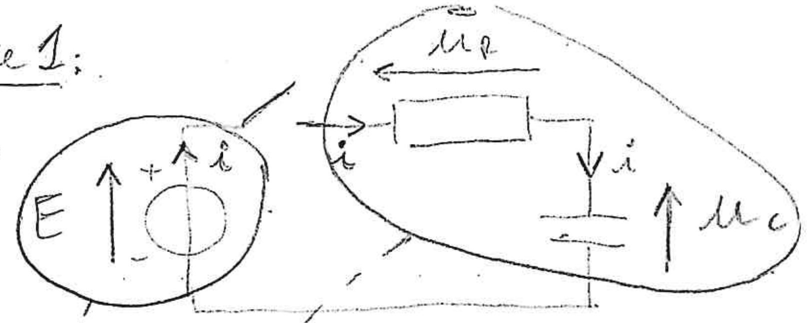
Q9. $\varepsilon = \frac{\tau \times d}{RS} = \frac{0,287 \times 10^{-3} \times 1,0 \times 10^{-2}}{2,2 \times 10^{5} \times 1,0 \times 10^{-1}}$

$\varepsilon = 1,3 \cdot 10^{-10}$ F.m^{-1}

$\hookrightarrow$ lecture graphique:
teneur en eau: $\simeq$ 21 %
21 % $\notin$ [24 % ; 38 %] donc teneur en eau dans le sol insuffisante.

Exercice 1:

A.1.



(générateur → flèches tension et intensité : même sens)

(récepteurs → flèches tension et intensité : sens opposés)

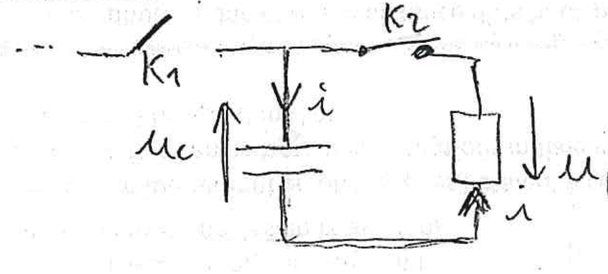
A.2. $E - u_R - u_c = 0$

A.3. $q = C \times u_c$ $\quad (q(t) = C \times u_c(t))$

Exercice 7 :

1. Première phase : Charge du condensateur → la tension croît de 0 V à 800 V ⇒ graphique n°3.

2. Seconde phase : Décharge du condensateur : circuit :



$u_c + u_r = 0$

$u_c + r \times i = 0$

$$\boxed{u_c + r \times C \times \frac{du_c}{dt} = 0}$$

3. • $u_c(t) = A\, e^{-\frac{t-t_1}{\tau}}$

• $\frac{du_c}{dt} = A\, e^{-\frac{t-t_1}{\tau}} \times \left(-\frac{t}{\tau}\right) = -\frac{A}{\tau}\, e^{-\frac{t-t_1}{\tau}}$

• $u_c + r \times C \times \frac{du_c}{dt} = 0$

$$\cancel{A\, e^{\frac{t-t_1}{\tau}}} + \cancel{r \times C \times \left(-\frac{A}{\tau}\right) e^{-\frac{t-t_1}{\tau}}} = 0$$

$(\tau = r \times C)$

$$0 = 0$$

la fonction $u_c(t)$ proposée est bien la solution de l'équation différentielle.

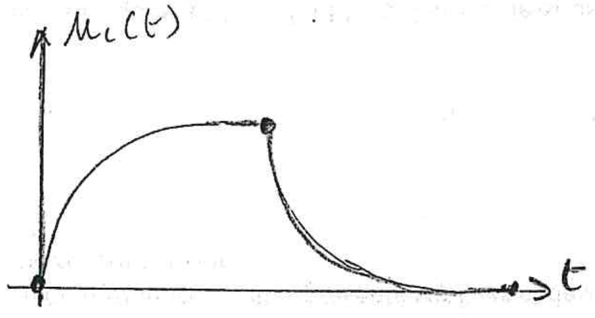
• $\tau = r \times C = 10 \times 50 \times 10^{-6} = 5{,}0 \times 10^{-4}\,s$

4. • théorie : $u_c(t_1) = A\, e^{-\frac{t_1-t_1}{\tau}} = A\, e^{0} = A$
• expérience : $u_c(t_1) = 800\,V$

$\Big\}$ donc $A = 800\,V$

5. la durée approximative du "choc électrique" correspond à la durée de la décharge du condensateur c'est-à-dire à une durée égale à $t_2 = 5 \times \tau = 5 \times 5{,}0 \times 10^{-4} = 2{,}5 \times 10^{-4}\,s$
Valeur cohérente car – d'après l'énoncé – le "choc électrique" doit être très bref

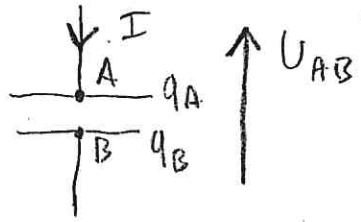
6.



Exercice 8 :

1.1. le capteur de pression contient un condensateur, or un condensateur est caractérisé par une grandeur appelé capacité (noté C) d'où le nom capteur de pression capacitif pour désigner ce genre de capteurs.

1.2.



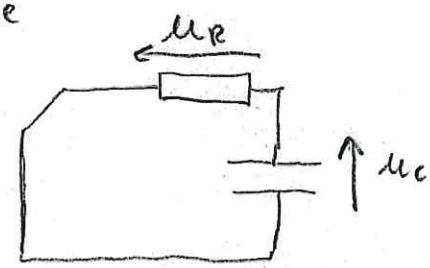
D'après ce schéma : $q_A = C \times U_{AB}$

Or $q_B = -q_A$ donc $q_B = -C \times U_{AB}$

1.3. quand un objet est posé sur le condensateur : e diminue

Or $C = \frac{\varepsilon \times S}{e}$ donc C augmente

2.1. Interrupteur position 2 :



- loi des mailles : $u_R + u_C = 0$
- loi d'ohm : $u_R = Ri$

donc $Ri + u_C = 0$

or $i = \frac{dq}{dt}$ et $q = C \times u_C$ donc $\frac{dq}{dt} = \overset{cste}{\overset{\parallel}{C}} \times \frac{du_C}{dt}$

donc $i = C\frac{du_C}{dt}$

d'où $R \times C \times \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$

or $\boxed{\tau = RC}$

donc $\tau \times \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$ d'où $\boxed{\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{\tau} = 0}$

2.2 : • $u_C(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$\Rightarrow \frac{du_C}{dt} = -\frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

• $$\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{\tau} = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{A}{\tau} \times e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{A e^{-\frac{t}{\tau}}}{\tau} = 0$$

$$0 = 0$$

donc $u_C(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}}$ est bien solution de l'équation différentielle.

• $A = ?$

Expérience : $u_C(0) = E$

Théorie $u_C(0) = A e^{-\frac{0}{\tau}} = A$

$\boxed{A = E}$

2.3. $u_C(5\tau) = E \times e^{-\frac{5\tau}{\tau}} = E \times \underbrace{e^{-5}}_{= 0,0067} = 0,0067 \times E \simeq 0,01 E$

À la date $t = 5\tau$, la tension du condensateur est égale à moins de 1% de sa tension initiale donc il est quasiment déchargé.

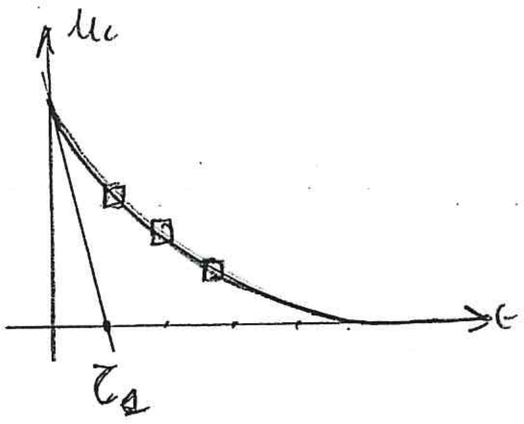
3.1. quand la pression est présente : e diminue

or $C = \frac{\varepsilon S}{e}$ donc C augmente

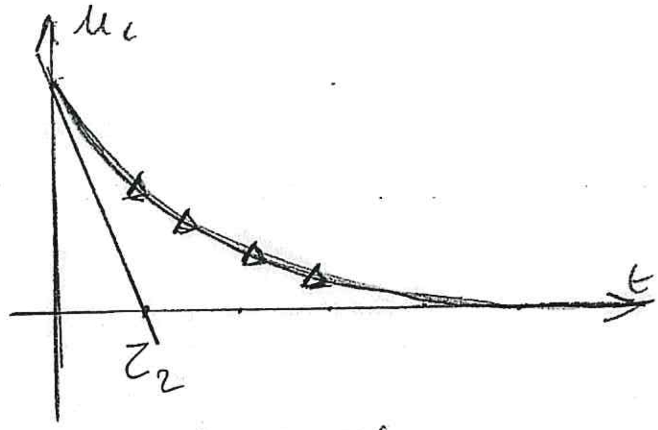
or $\tau = R \times C$ donc τ augmente

.../...

D'où les schémas suivants :



sans pression
τ petit



avec pression
τ grand

3.2. $\dfrac{\Delta C}{C_1} = \dfrac{\Delta e}{e}$ épaisseur initiale de la feuille
capacité initiale du condensateur

$$\Delta e = \frac{e \times \Delta C}{C_1}$$

$$\tau_2 - \tau_1 = RC_2 - RC_1 = R \times (C_2 - C_1) = R \times \Delta C$$

donc $\Delta C = \dfrac{\tau_2 - \tau_1}{R}$

d'où $\Delta e = \dfrac{e \times (\tau_2 - \tau_1)}{C_1 \times R} = \dfrac{e \times (\tau_2 - \tau_1)}{\tau_1}$

Par lecture graphique : $\tau_1 \simeq 90$ ms
" " " $\tau_2 \simeq 115$ ms

$$\Delta e = \frac{1{,}0 \times 10^{-4} \times (115 \times 10^{-3} - 90 \times 10^{-3})}{90 \times 10^{-3}} = 2{,}8 \times 10^{-5} \text{ m} \simeq 3 \times 10 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$\simeq$ **30 µm**